

數學通識課程跨領域之創新教學

蘇意雯*

摘要

數學被喻為「科學之母」，數學通識如何規劃跨領域教學，讓學生體會數學多樣風貌？本課程經由介紹數學思維的發展歷史以及與哲學、美學、文學、社會、生活之連結，讓學生體會數學是人類的活動，數學的發展與社會文化脈絡息息相關，開拓學生的視野。課堂中探討不同主題及不同民族的數學思維之發展，讓學生瞭解文化的多樣性，以及培養多元文化的關懷與歷史識見。從質性回饋及期末量化問卷顯示，本課程對於修習課程學生之數學信念的型塑有所影響，也讓不同學門的同學體會到數學的各種面向。

關鍵詞：跨領域、數學史、數學通識

本作品於「2017年大學教師優良創新課程及教學競賽」獲獎為優等

*蘇意雯，臺北市立大學數學系副教授，E-mail: yiwen@utapei.edu.tw

壹、教學理念

臺灣學生在國際上的數學評比歷年來都有亮眼的表現，以國際數學與科學教育成就趨勢調查（Trends in International Mathematics and Science Study, TIMSS）為例，歷屆臺灣八年級學生和四年級學生的數學成就都很傑出，但是對數學學習的正向態度及自信心卻總是明顯偏低。事實顯示大多數學生不僅不清楚數學概念的發展，也不知道為什麼要學習數學。學生很難體會到數學發展與社會脈動息息相關，或是發現日常生活中所存在的數學樣貌。如何引動學生學習興趣，讓學生體會數學多樣風貌，正是教學者的目標。

九年一貫數學領域強調數學的連結面向：「須注意數學內部連結的貫串，以強調解題能力的培養；數學外部的連結除了強調生活應用解題外，也要能適當結合其他學科教材的發展，讓學生能認識到數學與其他學科的關係。」（教育部，2008）。105年2月所公布的十二年國民基本教育課程綱要，數學領域的基本理念中也提及數學是一種實用的規律科學，教學宜重視跨領域的統整，因為「數學被廣泛的應用在日常生活的需求、自然奧秘的探究、社會現象的解讀、財經問題的剖析、與科技發展的支柱等方面，這些看似複雜的應用領域，經過數學的協助分析，總是可以洞見其深處不變的規律。」，並強調「數學應用既是跨領域的，其教學也宜重視跨領域的統整。」可見以數學為主軸，開發跨領域整合課程正是一個值得重視的課題。

因應全球化時代，黃俊傑（2002）提出21世紀大學通識教育可以採取的新策略為：一、經典教育的提升；二、中華文化與東亞文化教育的加強；三、STS（Science, Technology and Society）通識課程的推動。通識教育所欲培養的博雅素養，是希望學生將歷久彌新的知識框架與其自身經驗、社會處境與自然環境能更縝密的結合（林從一，2011）。隨著資訊科技不斷的進步，以及國際間越來越頻繁地交流，在全球化的浪潮下，主張藉由跨學科領域的課程與教學方法，幫助學生了解人類之間相互依賴的關係，正逐漸被視為一個重要課題（Risinger, 1996）。Thomas與Santiago（2002）提到藉由連結教學活動的豐富探究，可以幫助學生鑑賞數學內部知識的連結成效，並進一步的提升數學連結課程的可能性。楊德清（2011）強調教師應引導學習者於課堂內進行對話與互動，

當學生能夠將所學的數學概念做連結，可幫助學生對數學知識有更深入的理解，進而促進概念的保留與應用。

許多學科在各階段學校教育中的課程設計缺乏縱向與橫向連結，同一個學科領域內各單元之間的連接也不明顯，尤其不同學科領域之間橫向連結經常被忽略。上述的原因更使相互關聯的知識，長期被理所當然的視為各自分立的個體，阻礙了知識領域的發展（蔡清田，2004）。課程統整是指教師或課程專家對學習內容的重新規劃，以各種方式重組或連繫不同科目，使各部分學習能互相連通、凸顯學科與生活的關係（黃譯瑩，2003）。在今日大學教育強調跨領域、跨科際之時（陳竹亭、唐功培，2013；Jantsch, 1972），數學通識如何規劃跨領域教學？正是教學者所關注的課題。

一、課程目標

本課程之目的在於透過通識課，為學生揭開數學神秘的面紗。經由介紹數學思維的發展歷史，讓學生體會數學是人類的活動，數學的發展與社會文化脈絡息息相關。在課程內容安排上，除了古代數學文本的探討外，也安排了數位教學影片的欣賞及評論。課堂中將探討不同主題及不同民族的數學思維之發展，讓學生瞭解文化的多樣性，以及培養多元文化的關懷與歷史識見。

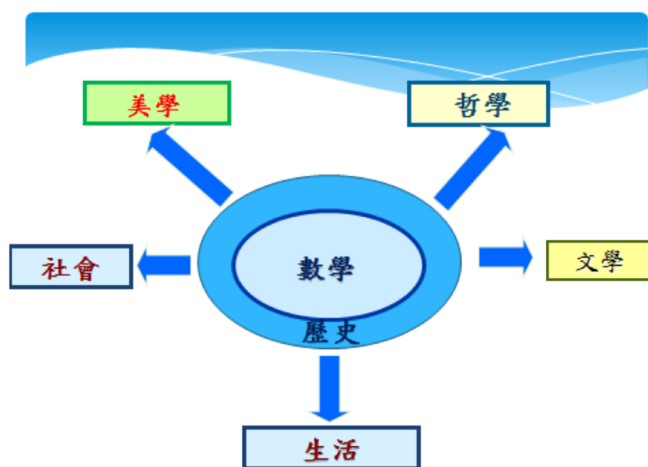


圖1 數學與各面向之連結

承上所述，本課程是以數學為核心，考量數學知識的歷史脈絡，進行哲學、文學、美學、社會及生活的連結（如圖1）。透過對數學文化遺產的緬懷、追溯、獵奇與探索，讓學生得以認識古算家的數學思維與發展軌跡，進而領會文化交融的啟發與創意。並藉由數學在生活中各行各業的應用，透過小組討論的腦力激盪，培養學生對於數學知識的反思、整合及創新能力，以及獨立思考的析辨能力及理性價值判斷的智慧，也能藉由上課中的報告與答問過程，訓練批判思考、理性分析及表達溝通的能力。希望學生通過本課程獲得心靈的刺激與拓展，見識的廣博與洞澈。讓不同學門的學生體會到數學的各種面向，擁有基本之數學素養，以拓寬其知識領域。

本課程之具體目標如下：

- （一）認識數學思維與發展的軌跡，領會文化交融的啟發與創意。
- （二）知曉數學知識與人類活動之關聯。
- （三）培養對於數學知識的反思、整合及創新能力。
- （四）體會數學的各種面向，擁有基本之數學素養，拓寬知識領域。

二、教學方法

本課程結合數位教學及小組討論，授課教師利用專題引導及蒐集數學相關影片，讓同學對於數學思維的發展有概括的了解。再利用討論，加強課程知識內容的深化，藉由同學的腦力激盪，活化全班對於數學的思考。另外安排有別於傳統紙筆演算的數學作業，藉由資料搜尋及整理，讓同學更親近數學。期末的書面報告，也提供學生機會讓他們將自身所學之專業知識與數學知識做跨領域的結合，擴大學生的視野，達成通識教育之目標。成績的考核上，上課表現及上網發表狀況佔分45%，作業設計佔分25%，報告佔分30%。

本課程之目的在於經由介紹數學思維的發展歷史，讓學生體會數學是人類的活動，數學的發展與社會文化脈絡息息相關，進而能珍視數學，欣賞數學。為了達到此一目標，我們藉由歷史性進路的鋪排，以數學史為媒材傳達數學概念發展的宏觀思維，在課堂中探討不同主題及不同民族的數學思維之發展，讓學生瞭解文化的多樣性，以及培養多元文

化的關懷與歷史識見，顛覆大部分同學對數學只是紙筆計算的制式看法，使他們能藉由修習本門課，體認到數學是人類文化活動產物之一，也能參與數學相關議題之討論與反思，培養科學素養。

我們的用意是希望學生經過一學期的學習引導之後，能認識數學的各種面向，反思數學的內涵及精神，也能了解數學是人類的活動，同樣的數學概念，卻會因為不同的民族思想而呈現出不同的數學風貌，進而培養多元文化的關懷，也能珍視各民族所特有之數學樣貌。並藉由思索數學在各個領域的應用，使學生通過本課程獲得見識的拓展，達到課程規劃的目的。

貳、教學實務設計與實施

本課程的教學主要遵循ADDIE模式（Analysis, Design, Development, Implementation, Evaluation, ADDIE），應用ADDIE於教學設計，教學過程藉由對於脈絡內以及脈絡間等多重情境的系統化回應，可以紓緩學習環境的複雜性，是教學設計的主要組織原則（Branch, 2009; Gustafson & Branch, 2002）。本課程分析階段涵蓋了學習內容、修課學生及學習目標等，除了分析課程目標規劃內容外，教學者並根據修課學生的期初問卷，了解該學期學生之組成程度，調整授課內容及進度。設計階段包含教學策略設計，教學者思索該主題適合之呈現方式。發展階段包含進行教材製作及數位學習素材的整理鋪排。實施階段則是教學活動正式實施的時間，教學者進行主題教學，每個單元時間為一至二週。評鑑階段工作是從學習者的學習成效確認課程的實施成效，針對當週課程，除了課堂上的問答，給予即時回饋外，教學者也請學生下課時繳交自我學習紀錄表，此紀錄表供學生反思上課態度及提出該次課程建議，也讓教學者除了課堂觀察外，還可以迅速掌握針對該主題學生之反應。另外教學者也利用數位學習平台，讓對該週主題有興趣之學生上網回應加分題及撰寫心得。此外也藉由期中作業的成果展現以及期末報告，了解學生對於數學與各面向連結之掌握。期末有關於本學期課程學習的質性和量化問卷，也都讓教學者從中瞭解及反思本課程之實施成效，有利於下次課程之教學規劃及經營。

一、數學與歷史的連結

如前所述，本門數學通識課程，是在歷史脈絡下，探討數學思維的發展，也因此課程的安排，主要是環繞此一核心理念，搜尋同學感興趣的面向，做為切入之楔子，一學期之課程中，教學者所設計之主題有民族數碼專題、希臘數學專題、中國數學專題、日本數學專題、印度數學專題、阿拉伯數學專題及機率專題等，再於主題的延伸中，觸及其他領域，課程進度及各週配合教材如表1所示。

表1

「數學思維的發展與應用」課程規劃表

週次	上課內容／主題	教材／參考書目閱讀範圍
第一週	課程介紹 【課程目標、上課方式、活動實施注意事項及成績考核、課程網站介紹，學長姐期中作業觀摩。】	數學學習信念問卷前測及數學學習問卷填寫。 蘇意雯、陳政宏（2015）。
第二週	民族數碼 【介紹埃及數碼、巴比倫數碼、馬雅數碼、羅馬數碼、中國算籌、印度阿拉伯數碼，讓同學體會十進位值制的便利。】	教師自編「民族數碼」講義 蘇意雯（2016）。 Berlinghoff, W. P., & Gouvea, F. Q. 著，洪萬生等人譯（2008）。
第三週	二次方程式的起源 【聽過巴比倫的楔形泥板嗎？其中隱藏著一元二次方程式求解的秘密】	國家教育研究院影片 http://data1.naer.edu.tw/math/D-CD121.asf
第四週	希臘數學 【介紹畢氏學派的重要學說、希臘哲人柏拉圖與亞里斯多德之數學哲學、重要數學經典《幾何原本》的介紹及講解畢氏定理的證明。】	教師自編「希臘數學」講義 Kline, M. 著，林炎全、洪萬生、楊康景松譯（1983）。

（續下頁）

週次	上課內容／主題	教材／參考書目閱讀範圍
第五週	電影欣賞——博士熱愛的算式	博士熱愛的算式影片
第六週	中國數學 【介紹中國數學經典《九章算術》及為其作注解之數學家劉徽，還有秦簡《數》及漢簡《算數書》等數學文本之賞析】	教師自編「中國數學」講義 郭書春（1995）。
第七週	日本數學 【看過日本寺廟中所懸掛的繪馬嗎？這種祈福的憑藉竟也與數學的發展相關，且看日本的數學家如何利用繪馬演變成的算額進行數學的推展！】	教師自編「日本數學」講義 蘇意雯（2014a）。 洪萬生等人（2009）。
第八週	電影欣賞——天地明察	天地明察影片
第九週	期中作業分享	
第十週	數學詩介紹 【介紹媲美於西方白努利家族的中國梅氏家族，此家族從梅文鼎以降四代共出現11位數學家，並由此介紹中國的數學詩，並從而進行解題。】	教師自編「數學中的詩情」講義 蘇意雯（2014a）。
第十一週	數學詩創作分享	
第十二週	海龍公式探討 【海龍公式原始的證明被譽為初等幾何中最高明的數學證明之一。對於此公式，數學家們採取了哪些不同的進路？】	教師自編「海龍公式學習工作單」 HPM通訊「海龍公式專輯」 http://www.math.ntnu.edu.tw/~horng

(續下頁)

週次	上課內容／主題	教材／參考書目閱讀範圍
第十三週	遺產分配問題中的數學思考	教師自編「遺產分配問題中的數學思考」講義 蘇意雯（2015）。 洪萬生等人（2009）。
第十四週	機率的起源 【巴斯卡和費馬藉由賭金分配問題的解決，為機率論的開展奠定了基石。在人們的呼盧喝雉中，機率論於焉誕生……】	國家教育研究院影片 http://data1.naer.edu.tw/math/D-CD123.asf 教師自編「機率專題」講義 李文林主編（2000）。
第十五週	印度數學及數字搜查線影片欣賞 【概論印度數學發展並介紹印度天才數學家拉瑪努揚（Srinivasa Ramanujan, 1887-1920）短暫但充滿傳奇的一生，以及印度速算法講解討論。】	教師自編「印度數學」講義 數字搜查線影片
第十六週	數學閱讀淺談——簡介數學普及讀物和唐老鴨數學的奇幻樂園欣賞、教師自製數學動畫欣賞及討論	教師自編「數學普及讀物介紹」講義 唐老鴨數學的奇幻樂園影片及教師自製動畫
第十七週	數學實作活動	教學助理與教學者共同討論活動內容，由教學助理帶領摺紙或鑲嵌實作活動
第十八週	期末報告分享 【報告分享——數學在各行各業之應用】	數學學習信念問卷後測及數學學習反思問卷填寫

二、數學與生活的連結

在民族數碼專題中，教學者首先在投影片上展示2008年版辛巴威100兆紙幣（圖2），先讓學生猜測其面值，看到這張鈔票，歷屆的學生都是眼睛一亮，接著教學者拿出實品，讓學生傳閱，並下臺詢問大家「猜猜看，老師是在哪個地方買到這張鈔票？」，「你會用多少臺幣買這張鈔票？」，引動學生的學習興趣。



圖2 2008年版辛巴威100兆紙幣

接著跟學生說明辛巴威由於通貨膨脹非常嚴重，因此辛巴威幣在國際貨幣市場上並不流通，為了避免賺了利息賠了匯差，我們在銀行的外幣存款中也不會看到辛巴威幣的選項。接著教學者回到投影片，展示辛巴威街頭孩童手捧一大疊20萬紙鈔的照片，最後再舉新聞資料告訴學生由於惡性通膨，在2015年辛巴威政府已用3.5萬兆辛元兌換一美元，正式宣布棄用辛巴威幣。此時，教學者從100兆紙鈔上的平衡石圖案，告訴大家那是辛巴威著名景觀，引入課程主題，展示一元美金上的圖騰，讓同學思索其中符號代表的意義，少數學生能察覺出1776，進而引入羅馬符號的介紹，再舉日常生活可見的圖片，例如鐘面、錶面、第幾代線上遊戲、第幾代君主、歐洲建築物的年代及書籍章節，讓學生知道目前我們還是可以看到羅馬數碼的使用（圖3）。

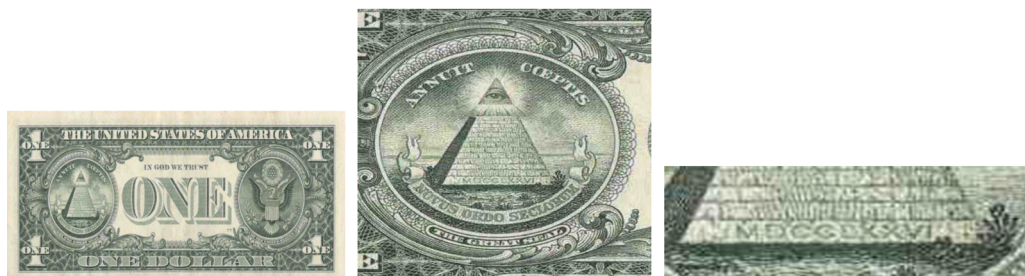


圖3 介紹羅馬數字

接著教學者回溯古埃及的數碼，其為十進位但是沒有位值制，再介紹有位值制但是為六十進位的巴比倫數碼，並讓學生練習六十進位與十進位的換算。接著介紹讓學生欣賞教學者的在職研究生所製作的馬雅數碼二十進位制的動畫，再回到中國數碼是十進位也有位值制，並介紹中國算籌的擺放計算方式。最後讓學生思索印度——阿拉伯數碼為何會受到各國的青睞，風行於世界各地的理由。

對於歷史融入數學教學，Fasanelli（2000）認為可以對學生在情意、認知及體認文化活動相關部分有所幫助。在103學年度修課學生關於本堂課程的141份回饋分析中，教學者發現學生的回應，正可以呼應前面所提及之三個面向。例如在情意方面，有學生提到：「我覺得這堂課很有趣，跟我以往對數學的認知不一樣，以前都覺得數學課就是一直算。也是今天才知道原來還有像是埃及和中國算籌這些……等等。老師給我們看的辛巴威的錢也讓我了解到通貨膨脹的可怕，原本通貨膨脹對我來說就只是個名詞，因為沒有真正聽到或看到錢幣過，在臺灣還沒有看過一張紙鈔就有這麼多個0。」、「經過這次有趣的上課，從問答的方式，除了統整了之前對數碼的概念，也很佩服古代的人是怎樣制定數碼的，有想像力，也很有邏輯，如果是我一定想不出來。很期待下星期的課，我對數學產生更大的興趣了！」、「記得第一次上課老師就曾提到，當我們老是說『阿拉伯』數字，印度人可是會忿忿不平的。因為其實這種數碼起源於印度，只是為阿拉伯人傳播於世界。當時聽到這個數學典故不禁莞爾，此次上課更介紹其他數碼，我才知道原來數學也可以很有趣。老師透過各式各樣素材，不論是旅行時所拍的照片、學生製作的趣味短片或是夜市買來的辛巴威鈔票等等，讓我這樣聽到數學就頭痛

的學生也不再感到畏懼。印象深刻的是課程中有播放一段動畫影片，雖然看起來適合更年輕的小朋友觀賞，可是我也覺得十分有趣，很感謝老師廣泛應用多元的教學方法。」、「上完這堂課讓我對數學的印象有很大轉變，原來數學不只是加減乘除、公式演算，也可以是這麼生動有趣的東西，數碼和我們的生活息息相關，但我一直到這次上課才真正認識它，也覺得我們現在可以有這麼便利的生活，都是先人一層層的智慧累積。」、「我其實是不太喜歡數學的，因為對自己沒有什麼數學邏輯細胞感到無力，在求學階段也只是因為要考取好成績所以認真讀數學，到了大學終於脫離數學覺得很開心，已經將近兩年沒有碰數學，直到上了這堂通識課，覺得數學變人性化了。」。

在認知方面，有學生提到：「我覺得今天上課收穫很多，尤其是了解各個地方、不同時期所發展出的數學記數方式，每一種都是好方法而且價值與意義皆非凡！經由這次上課，再次深深佩服古人們的智慧！」、「認識了很多以往所不知道的數碼，討論不同進位的算法以及有無位值制的差別，內容雖然簡單但卻是我一直不知道的知識。看了那麼多種不同民族的數碼，也讓我覺得古代的人們真的很聰明，只是我們大都將這些知識是為理所當然！！！」、「這是我上過最活潑的通識課，很喜歡上課時大家踴躍發言的感覺。至於上課內容，老師用生動的方式介紹不同的數碼，上課像是輕鬆的聊天，我卻已經把數碼的知識記起來了，是一堂能學到知識的課。」、「我覺得這是一堂有趣的課，讓我學到各式各樣的數碼以外，也增加不少額外小知識。比如說一塊美鈔的奧妙，如果不是老師上課的時候特地把焦點放在圖案設計的玄機上，我應該是一輩子都不會去注意到，大概就只會模糊記得它的樣子吧。多虧這堂課，讓我知道生活中其實有很多東西都有它的巧思和奧妙存在，眼睛放亮一點，就會發現那麼一點不一樣。」

關於體認文化活動部分，則有學生表示：「今天的課程讓我印象深刻，就像是各國有各國的語言，每一個文明也有各種獨特的記數方式。古人的智慧有些令人玩味，有些令人讚嘆，為了生活他們留給後代人珍貴的資產，即便有些數碼現在已經不再使用，仍舊有很高的藝術價值。」、「我對古代文明很有興趣，先前就有修過歷史的通識課，但當時多在說明其文明的制度。這次我們從另外一個地方來看古代文明，不

但能了解當時人類對數字的想法，還能了解數字及生活之間的關係，我覺得很有趣。我們不能因為習慣了某種東西，而不去理解別人的不同，多方攝取可以讓自己的思考更廣泛。」、「過去少有機會能夠認識不同文明下所產生的記數系統，僅認識印度——阿拉伯數碼；在生活中常看見羅馬系統，但不明白其中意義。巴比倫60進位也只在歷史課本的課文中提到，考試很愛考，可惜的是從不明白60進位是什麼，以及他的計算方式。經由課程，學習到不同民族數碼的原理與使用方式，也增廣見聞知道了馬雅、埃及古文明有他們自己的一套邏輯存在。雖然大多的記數系統都已被印度——阿拉伯數碼取代，但認識不同民族的數碼有助於我們了解不同民族過去的文化脈絡，並且開闊自己的胸襟，學習欣賞與尊重不同文化下所產生的差異。」、「我覺得上課很有趣，我很喜歡，對數學也有另一種認識，很期待以後的課程！民族數碼原來有這幾樣，很特別，令我大開眼界，每一樣事物背後都有不一樣的故事與脈絡，感謝前人留給我們的禮物，已習以為常的東西其實得來不易，更應該珍惜身邊的每一樣事物，就像陽光、空氣的存在並非理所當然，帶著感恩的心就會發現不一樣的世界！」、「今天學到很多不同的數碼表示方法，因為文化的不同而發展出不同的數碼，每種都可以見微知著地看見每個族群的習慣及特性，很有趣！」教學者在本堂課程鋪排中國、羅馬、埃及、巴比倫和馬雅等不同記數系統的數學史料，希望讓學生從中體會數學發展與不同地區文化的關係，進而瞭解文化的多樣性，並知曉數學知識與人類活動之關聯，學生正向的回饋，正是對於本堂課程安排的肯定。

三、數學與哲學的連結

在希臘數學專題中，教學者首先展示拉斐爾的畫作——雅典學園，詢問學生是否看過這幅畫？通常會有學生分享曾在美術相關課程看過，當時關注的重點是人物肌肉的線條及拱形建築。有些學生的印象是在歷史課本上看過，接著教學者再請大家猜測畫作中間的兩位主角是誰？他們兩位的手勢各有甚麼意含？藉由畫作的引入，介紹柏拉圖和亞里斯多德的數學哲學，以及蘇格拉底認為領袖們必須為軍事用途和自己的靈性研讀數學的看法。

目前學生在國二階段就學習了畢氏定理，因此在希臘數學家中，學生們最耳熟能詳的首推畢達哥拉斯。在本堂課程裡，教學者除了介紹畢氏學派有關「萬物皆數」的主張，也向大家推導歐幾里德《幾何原本》第一冊第47個命題，有關畢氏定理的證明（圖4）。在教授此一經典證明之前，首先教學者會詢問學生如何證明畢氏定理？通常大家對此定理的應用都很嫻熟，可是一聽到老師要求證明，往往會不知所措，所以教學者以加分方式讓學生上台分享，也於數位學習平台布置加分題，希望學生能於課後搜尋資料加以回應。此外教學者也利用阿基里斯和烏龜賽跑的小短片，讓學生討論此悖論如何用所學過的數學知識加以解決。

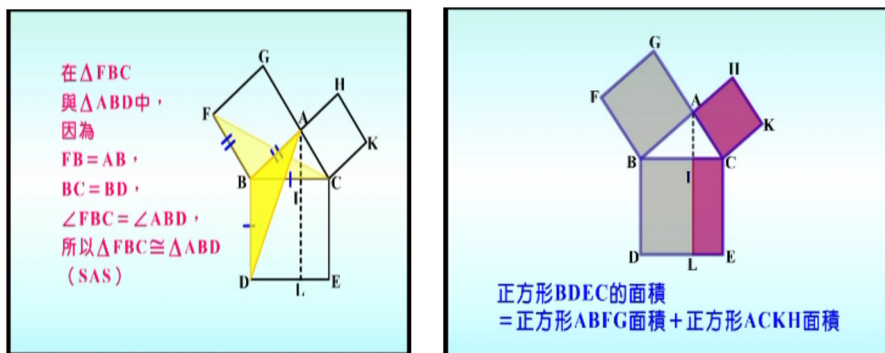


圖4 《幾何原本》上的畢氏定理證明http://stv.moe.edu.tw/co_video_content.php?p=1711

在本堂課之後，教學者讓學生觀賞一部由數學小說改拍成的影片——博士熱愛的算式，這是一部描寫數學家傳奇人生的電影。主要故事是一位數學博士因為出了車禍，腦部受創記憶長度只剩八十分鐘，每當時間一到記憶就會抹去，一切歸零而重新回到車禍發生的那一年。博士由嫂嫂接濟照顧，與外人接觸或溝通的方式全都靠數學。這部影片描述博士與管家及她的兒子根號之間溫馨的相處，教學者的用意是希望藉由故事主人翁的塑造及劇情的描述，讓學生體會到數學之美。

這部影片，也獲得了同學很多的迴響。例如王同學提到「這部影片真的很好看，很難想像有電影以『數學』為主題，還能那麼有趣的。博士的80分鐘就是一個新段落，也許比我們活得更有價值更有意

義??」。陳同學提到「雖然博士的記憶只能維持80分鐘，但每一次的80分鐘，都能看出博士對數學最真摯的熱情，而博士對數字的感性，讓我想起了“所有數字恆有趣”的證明」。黃同學提到「數學其實就在生活中，很多東西其實只是我們沒有發現而已。或許在別人眼中，這是很無聊無趣的東西，但更多時候只是別人沒發現這些東西罷了!」、胡同學提到「這次的影片，是在描述一位記憶力只能維持80分鐘的博士，和人都只能用數學溝通的影片。這部影片和其他的比起來，算是特別的，它長達80分鐘，而且是用真人拍攝。看完之後，我發現到，原來，生活當中充斥著許多數學概念，其時數字就是最好的代表，我們每天的生活都與它息息相關，不論是一個編號，或是口袋裡的錢幣，甚至是人數，都可以和數學牽扯上關係。既然數學那麼重要，感覺我們是不是應該要多多加強那方面的能力呢?」。為了與之前數學哲學議題相連結，教學者也請學生藉由影片的蛛絲馬跡，觀察博士的數學哲學，究竟博士認為數學是發明的還是發現的?當然學生也都能從劇情的鋪陳中，回答出正確的答案。

四、數學與文學的連結

從幼兒園開始，很多學齡兒童就都能對唐詩朗朗上口，但是一般人對於數學詩卻感到很陌生，透過數學詩詞的賞析，正可以領略到數學與文學的連結（蘇意雯，2014a）。由於上述考量，本課程安排數學中的詩情主題，主要是介紹數學詩及進行數學詩創作分享，為期兩週。第一週教學者從中國古代數學詩、中西方現代數學詩以及近年小學生、中學生所創作之數學詩欣賞。第二週則是由修課學生們上臺分享自己所創作的數學詩。因應數位學習的提倡，讓學生也能動起來，教學者利用「Kahoot!」即時反饋系統平台（<https://kahoot.com/welcomeback/>），設計了數學詩大挑戰，以8題簡單易算的數學詩題及對聯，例如以乾隆皇帝與紀曉嵐的對聯「花甲重逢，外加三七歲月。古稀雙慶，更多一度春秋。」讓學生猜測最高壽長者的年紀，讓學生一開始上課，就進入充滿活力的競爭氛圍，引動學生的學習熱情，在課後回饋中，學生們都表示很喜歡這樣的學習方式。

兩週的課程結束後，教學者在數位學習平台上詢問學生：「從老師上課所介紹的數學詩以及同學所設計的數學詩，你／妳認為數學詩的特色是什麼？」整理學生的回應，我們可以看到學生認為的特色大致上分為如下三類：（一）數學詩能增加數學的趣味性，許多學生認為平常所學的數學過於枯燥，若是以詩體的形式呈現，可以增加趣味。（二）能夠看到數學與生活息息相關，除了有趣的面向，也有許多同學認為數學詩能夠讓大家體會到數學是與生活息息相關的，拉近了與數學的距離。

（三）數學與文學的连接，許多修課學生都是第一次看到數學詩，他們認為數學詩是數學與文學的激發碰撞，所產生的美麗火花。由學生所感受到的特色，可看出數學詩的教學讓學生體驗到數學美麗的一面。

經由數學詩的創作和分享，學生們也有不同的體會，例如歷史系的藍同學就寫「今天的課程欣賞了很多同學創作的數學詩，同樣的作業不同人會有不同想法，做出的作品風格也大不相同，這就是每個人的獨特性，這些獨特性如實呈現在作品中，十分有趣。因為這堂課的作業，我創作了關於成長和夢想之間矛盾的詩，也因為這堂課，讓我更仔細思考現在的學習生活，雖然我不完全覺得這樣的生活是最理想的，但這都是讓我們通往夢想的必經之路，因為這堂課，在創作詩的當下我想了這些，也更加了解此刻的自己最該做的事就是為自己負責。」、英語系陳同學表示「今天讓大家上台分享自己的數學詩的安排很不錯，可以更加理解作者的創作理念等等。師大的同學真的都很有創意也很厲害，透過今天的課我也知道了原來數學跟詩的結合也可以這麼有趣！！」、特教系周同學提到「我覺得數學詩之所以對我而言如此新奇有趣，是因為它讓我感受到了看似互不相關的領域相結合的美好。數學雖然多被認為是理科，感覺上理科似乎沒有藝術或文科那樣的美感、容易親近，但對數學的愛好者而言，數學也是能夠充分展現美的！把數學的美顯現在文字的美中，就是數學詩之所以打動我的地方了。」。從以上列舉的學生回應中，我們不難體會，不管是古代或現代，將數學與文學結合都是一個值得嘗試的方向。

五、數學與美學的連結

早期的日本人會獻上馬匹給神社或寺廟表示崇敬，但由於馬隻昂貴難以擁有，逐漸地，他們就以畫有馬隻的繪板代替，以繪馬做為祈福之用（蘇意雯，2009）。這些祈福的繪馬到底與數學有何關連呢？因為隨著時日遷移，繪馬所畫的對象由馬匹延伸到他種物件，在這樣的文化傳統氛圍中，聰明的數學家想到的就是將繪馬當做數學傳播的載具，也就是說在木板上畫下美麗的幾何圖形，進行佈題及解題，供奉於寺廟中，形成具有數學風貌的繪馬，也就是算額（蘇意雯，2014a）。本課程的日本數學專題為期兩週，一週是進行上述日本數學的介紹及兩題算額題目的解題挑戰，次週是由冲方丁原著，「天地明察」製作委員會於2012年出品的日本電影一天地明察的欣賞。



圖5 一色神社的算額（左），天然寺的算額（右）

資料來源：和算之館<http://www.wasan.jp>

本次課程學生的回饋大致包含「認識日本數學：從繪馬到算額」以及「數學文化交流的體會」兩個面向，例如歷史系大二劉同學表示「幾年前到日本，把寺廟中的繪馬當作另一形式的祈福方法，只是樣式不同。從未思考過繪馬的起源為何，甚至能和數學題目相結合。繪製在繪馬上的數學題目，提供數學家閉門造車之外能互相交流的機會。放置在寺廟中也含有宗教的熱忱，文化與數學的結合可說是很少見。」，企管系大四黃同學表示「以前去日本參拜神社時常常看到繪馬，因此對繪馬算是認識。但我一直以為它只是供人祈福的東西，完全沒有想到會跟數

學扯上關係。看了影片才瞭解日本古代的人是如何透過繪馬來進行數學知識的交流，也不禁佩服他們懂得利用神社這個能夠聚集各種人士的地方，發展當時的數學。這讓我聯想到，或許我們現今也可以學習他們的精神，利用公共地區來推廣藝術文化知識。利用某些像是繪馬的工具，讓人與人之間可以透過這些工具進行交流，不僅增加趣味，還能同時增進此文化的發展。我想下次看到繪馬時，應該會對它更有幾分敬畏之心了。」

通識課程常常會有外籍學生選修，往往教學者詢問日本籍修課學生，他們絕大部分也不知道算額的源流。在本課程歷屆的期中作業設計分享中，都有一定比例的學生製作繪馬，或繪馬大富翁、繪馬相關微电影等創意設計，可見學生對此一專題印象深刻。



圖6 學生製作之算額

六、數學與社會的連結

「遺產分配問題中的數學思考」專題主要是教學者於社會文化的脈絡下，帶領學生探討有關遺產分配的問題，藉由伊斯蘭教、中國及臺灣的遺產分配概況介紹，讓學生思索數學知識發展與不同文化脈絡的關連性。首先教學者介紹伊斯蘭教的源起，經由《可蘭經》經典中有關於男女分配遺產的律則，帶入阿拉伯數學家阿爾·花拉子模在其《代數學》著作中所布置的遺產分配問題，讓學生討論合作解題。接著教學者展示一則中國的分書，根據文本上所描述的財產分配狀態，讓學生進行分組討論，領略其中文意並探討如何進行數學分配，再請學生發表分享與解釋，培養溝通能力。希望學生從數學與社會之相互關聯，體會出數學是

人類的活動，數學的發展與社會文化脈絡息息相關，引領學生擁有多元文化的關懷及國際視野。

之後教學者介紹臺灣現行遺產分配制度，並以網路上的遺產分配案例，讓學生進行個案研討，以實際所學解決真實社會問題，課後並請學生於教學網站上撰寫心得，藉由回饋討論，從中探討學生對本次學習的感受。在103學年度上、下學期共140位修習數學通識課程的學生之回應中，教學者發現，遺產分配問題的素材，能引動學生對於數學的文化脈絡、性別平等議題、數學知識的價值、數學解題等面向有所關注。也得到（一）遺產分配文本引入有助於學生體認數學知識與社會之關聯（二）通識課程可嘗試數學與性別平等議題之連結（三）數學與其他學科統整之可行等結論（蘇意雯，2015）。

參、教學成果回饋

評鑑具有回饋作用及積極功能（簡茂發，1989），對於教師而言，教學評量具有以下四項功能：一、瞭解學生的起點行為。教師可以透過評量瞭解學生的起點行為，以作為訂定教學目標的參考。二、建立確實可行的教學目標。教師瞭解學生的起點行為，對照原先設定的教學目標，據以提高、降低或維持教學目標。三、確定教學目標達成的程度。透過形成性評量或總結性評量以掌握教學目標達成的程度。四、改進教材教法，增進教學效果。評量的結果可以回饋給教師，作為改進教材教法之依據（高博銓，2007）。對於學生而言，可以增進學生了解教學目標、激發學生的學習動機以及增強學生的自我瞭解（郭生玉，1985）。

一、期初及期末問卷

本課程在學期一開始就發放一份雙面問卷讓學生填寫，了解學生修課的初始狀態。第一頁是量化的問卷（請參見附錄一），本份問卷是由教學者和其他兩位學者共同研發（Ying, Huang, & Su, 2015），主要是想要了解學生的數學信念。第二頁的質性問卷（請參見附錄二）主要是了解學生修本門數學通識課程的原因以及之前學習數學的經驗和對數學的

看法。

在學期結束，教學者也會發放一份雙面問卷，第一頁同樣是附錄一的數學信念量化問卷，讓教學者從中了解學生修習本課程後，數學信念的變化情形。第二頁則是數學學習反思問卷（請參見附錄三），藉由學生的填答，了解課程的編排是否能幫助學生明瞭課程目標，提供教學者反思，以利日後課程的修正與改進。

有關學生的數學學習信念部分，教學者以101學年度第2學期到103學年度第2學期，五學期共311份樣本分析，發現學生在數學學習信念上在教學前其平均數為5.17，標準差為0.63。經過了課堂上的學習之後，學生在數學學習信念上平均數為5.35，標準差為0.69，學習後的平均數高於學習前的平均數。經成對樣本檢定之學習前後平均數差異為0.175，標準差為0.738， $t = 4.172$ ， $p = .000 < .05$ 達顯著水準，顯示本課程對於修習課程學生之數學信念的型塑有所影響。

表2

數學學習信念學習前與學習後的成對樣本 t 檢定摘要表

	平均數	標準差	t 值	自由度	顯著性
學習後-學習前	.175	.738	4.172	310	.000***

* $P < .05$. ** $P < .01$. *** $P < .001$ 。

二、期中作業

在教學評量的改革潮流中，實作評量（performance assessment）頗受到重視（郭生玉，1985），所謂實作評量，是以觀察和專業判斷等方式所作的評量（Stiggins, 1987）。利用實作的工作，要求學生以口頭、書寫或製作一項作品的方式，來評量學生是否達成學習目標。

本課程的作業設計是要學生以小組或個人方式在學期中完成數學繪本的繪製或數學年曆之製作，也就是搜尋重大之數學歷史事件，或對數學發展有重要貢獻之人物，製作成繪本或年曆。另外也可以擷取數學發展史上有趣的題材，寫成數學劇本或演出，或是製作成數學動畫。教學者也鼓勵同學發揮巧思，設計出與數學議題有關之創意作品。教學者之

所以規劃這些作業的主要目的，是希望有別於學生對於數學科目總是利用紙筆測驗等刻板印象，藉著有趣、活潑的作業設計，讓各領域的學生在準備作業中，由資料的搜尋及編排裡，能更進一步接觸數學，從而對數學的發展有更深一層的認識，達到修習課程的目的。在期中作業展示中，同學們也都發揮了創意，設計出各式各樣的作品。

教學者分析103學年度上、下兩個學期，於本課程網站所分享的127件作品，從同學的作業所展現的多元風貌中，發現學生的創意發想主要源自與自身科系所學相關、與本門通識課程內容相關、與以前的數學學習經驗相關，以及自身生活體驗相關等四個面向（蘇意雯、陳政宏，2015）。

三、期末報告

期末報告主要是探討數學在日常生活中的應用。總共包含了兩部份，其一是請學生訪問一位專業人士，分享在他的行業中所運用到的數學，以開拓學生的見聞。其二是請學生搜尋資料，撰寫數學在各行各業之應用，包括以自身所學科系為例，說明數學於其中所扮演之角色。設計這項作業的目的是希望學生經過一學期的學習引導之後，能認識數學的各種面向，反思數學的內涵及精神，透過期末書面報告的撰寫，進一步思索數學在各個領域的應用，使學生通過本課程獲得心靈的刺激與拓展，見識的廣博與洞澈。除了請學生把電子檔上傳至學習平台上，我們也在期末考當週，讓學生分享他們的訪問與心得。

在期末報告中，學生訪問了各行各業的人士，有應用工程師、醫師、學生餐廳的阿姨、寵物店的老闆、家門口賣沙威瑪的老伯等等。從訪問中學生瞭解了形形色色的數學應用。有學生認為「自從上了大學後就幾乎都不太會接觸到數學了，這門課讓我無憂無慮的接觸數學領域，而且感覺這門課比較有讓理論和實務有所結合，像是應用問題，或者是自己想想生活周遭是否有和數學相關等等。」。歷屆修課學生都有不少是訪問自己的父母，有一位爸爸提起「其實我覺得老師出這份作業能讓現代的小孩了解各行各業的模式，也可以更了解家裡是在做些哪些事情，而數學是充斥在生活的週遭，不管是小到加減乘除，大到用微積分方程式，都是很重要的，而能讓自家小孩能提早一步瞭解社會上需要哪

些基本技能，才能生存是很重要的，所以再次感謝老師。」，也有一位家長因為小孩上大學後很少跟他講話，但是由於這份作業需要，孩子主動找他聊天，讓他非常高興，還叮嚀小孩到學校要跟老師道謝。在人際關係疏離的現代，這份作業無形中促進了親子關係的成長，這也是另一項無心插柳的收穫。

四、單次課程心得及建議

學期中的每一次上課，教學者都會讓學生填寫自我學習紀錄表，確實了解學生對於每一堂課的即時回饋，也就不足部份於下次主題開始之前加以補齊或針對個別學生加以輔導。此外，本門通識課程除了期中作業設計及期末報告外，教學者也要求學生必須於數位學習平台上就自己感興趣的專題，繳交心得至少五次，當然若撰寫多份心得，也可以額外加分。從學生所撰寫之心得，教學者也可以掌握學生對該次主題吸收程度，俾利日後彈性修改課程。

五、期末學生意見調查

學期結束之後，學生的教學意見調查也是教學者獲知自身教學成效的參考依據之一。除了量化的分數勾選之外，本課程修課學生也給予教學者很多的質性回饋，由於是匿名填寫，從學生的修課意見中，教學者得以看出學生心目中對本課程的真實看法。經由所列回饋不難看出，修課學生從課程的內容安排中，體會到數學的多元面向，這也正是本課程的目標。至於個別學生所給予的建議，也提供教學者自我省思，調整課程的契機。例如有的學生會反應太過簡單或者計算太多，因為通識課程修課學生來自各學院，數學程度不一，如何拿捏內容深度，是教學者需要深思的課題。此外，由於歷屆學生都會反應作業過多問題，教學者也逐步調整，以在數位學習平台撰寫心得次數而言，教學者就從原本的每次專題均需撰寫心得，到102學年度規定為12次，103學年度為10次，104學年度為9次，逐步減少至現今的5次，並另以加分題的模式取代，讓對解題有興趣的學生能進一步挑戰數學。

表3

104學年度第2學習期末學生意見調查舉隅

我覺得這一堂課老師讓我認識很多數學的不同樣貌，讓我對數學產生不同以往的興趣，辛苦老師了。

感恩老師這學期的教學，開拓我們對數學的想像，希望日後能確實將數學的思維應用於生活，發現他的美。

老師的教學相當豐富有趣，將數學實際應用在生活中，上完課真的不會討厭數學，評量方式也相當多元，讚讚讚!

老師辛苦了！

專題內容非常用心，帶領學生發現數學不同面向，非常充實有趣！

老師很棒！數學很有趣。

老師很優秀！真的可以激起學生動機，並且與學生互動十分良好，在課堂上的課程展現也很有趣，真的很棒。

教學內容有趣。

希望老師以後可以減少計算的時間。

老師上課用心，課程內容有趣能引發數學學習動機。

老師的課真的是很棒的數學課！每個同學提到，同學都會再三的讚揚老師的課！自己身歷其中也覺得真的非常的棒!適當的教材，能夠引起學生興趣，且真的是寓教於樂！謝謝老師的用心，真的非常榮幸能夠選到老師的課！

令我知道了數學不為人知的一面，原來數學與生活息息相關，感謝老師一年的教導，辛苦了。

謝謝老師！

課程很有趣。

謝謝老師。

這是一堂完全不一樣的數學課！老師上課講的不完全是算術上的數學，同時也會用各式各樣不同的方法，讓我們看見數學的另外一面，雖然回家作業也是各種各樣也很多，但我還是很高興可以選上這堂課。另外我也很喜歡上課放的一些和數學有關的電影，真的沒有想到融合數學的電影也蠻好看的（？）。謝謝老師這麼用心的教課！！

很用心準備的課～～

作業有點小多但是能學到多元的知識。

老師講課認真有條理，和學生也有互動，很讓人有想認真聽課的感覺，也會帶數學小遊戲，覺得這是門很棒的課。

表4

105學年度第1學習期末學生意見調查舉隅

雖然課名是「數學思維的發展與應用」聽起還有點艱澀的標題，但老師每週安排的主題都從生活、文化、歷史、甚至藝術著手，引導出萬物中的數學真理。我必須坦承，高中開始我就不太喜歡數學了，它變得難以理解也失去了讓人想理解的樂趣。但這堂課能從這些生活中的面向導出數學的應用和發展，而且相當有趣!就像是重新找回了數學的初衷，本來就是為了解釋世界的一切才給予了「數學」這樣一門學問。謝謝老師用心的準備每堂課，以及使用回饋單了解每位同學的學習狀況！希望這樣的數學教育風向能普及至我們的國民

教育😊您這學期辛苦了！助教也辛苦了！

非常喜歡這門課，一開始就是因為朋友介紹才來選修的。這裡的數學並不會讓人敬而遠之，相反的，利用歷史故事、生活經驗分享以及看影片的方式讓我們了解數學，個人覺得非常有趣。另外特別喜歡的還有這學期的作業，因為我是比較傾向於個人作業的，所以在此課堂上可以自由選擇發揮的感覺很棒，也滿喜歡自己這學期的作品的。整學期的課程很豐富有趣，非常謝謝老師跟助教這學期的指導。

老師上課真的很用心，難怪大家都想修這堂課～辛苦老師了。

助教讚讚讚。

課程內容太簡單，希望能有深入一點的討論。

我認為老師在課程安排上完全使學生完全能學習到課綱的核心，老師和學生的互動也十分良好。

真的非常喜歡這堂課，能感受到老師的認真與用心，而且作業量也剛剛好，上課內容也都很有趣，真的喜歡。

謝謝老師用心安排課程內容，從這些課堂中，我真的建立了對數學的不同看法，也對數學這個領域有更多不一樣的認識！

老師真的非常用心準備每一堂課，每一堂課的內容都極其豐富，我覺得很幸運能夠修到這門課，雖然功課多但沒有考試（可控制的因素比較多），最重要的是關於數學的概念和相關知識真的讓我學到很多（喜歡影片的部分XD）總之，老師辛苦了！祝老師寒假很快樂！

教材與課程很多元，謝謝老師！😊

謝謝老師！這堂課使我的眼界更加開闊。

老師會盡量和同學互動，而且也會讓我們一周至少有一次算數學的機會，很棒

老師的課真的很有趣，講述了不同國家、不同面向的數學，讓我了解到不同於以往的數學。

我非常喜歡這堂通識課，老師總是充滿活力的來講解各種主題，且不會偏離數學這個主題同時也不會太過死板，讓對數學感到懼怕的同學都能夠很放心地來修這門課。

在課程結束之前，教學者也常鼓勵學生於學期末整理自己在這堂課上的相關學習資料，參加通識課程學生學習檔案遴選，這幾年也都有學生參加並獲得獎勵，例如103學年度第1學期化學系許同學獲得佳作，105學年度第1學期機電系張同學獲得優選，當學生興奮地向教學者報告入選消息時，教學者為其高興之餘，也期許自己能安排更適切的課程讓學生更有所得。

肆、結論

本課程在臺北市立大學和國立臺灣師範大學共經歷了二十餘次的實施，針對課程規劃方面陸續做了數點的創新及修正，在小組討論問題的布置上，也調整為針對主題設計而非制式化的一成不變，以促進學生對專題內容的了解與反思，更藉由不同主題激盪創造出新的火花。為了讓每個小組成員都能有發表的機會，也都能全心參與討論，課程調整設計採用亂數表選取報告名單，讓每位同學都能確實有機會上台，如此逐步的更新和調整，希望學生藉由討論、反思、創新而有所收穫。

之前本門課程的數位教學影片主要採用國立教育資料館所發行，教學者為指導委員之一的數學史相關動畫，做為整個課程的鋪陳，並以影片所傳達的數學概念的發展，做為小組討論以及分組發表的主軸（蘇意雯，2014b），近年由於數學相關影劇的拍攝，教學者也搜尋了更多的素材與學生分享。另外除了之前本課程相關網站<http://web.utaipei.edu.tw/~mathematics>，教學者也利用學校的數位學習平台，讓學生針對感興趣的專題，對於相關問題發表自己的看法及心得。為了能瞭解學生是否可以體會數學的發展與社會文化脈絡息息相關，教學者並搭配期初量化問卷及質性問卷，配合期末的問卷，探討學生經由本課程實施，所引動之改變，如前文所述，經五學期之觀察，發現對於修習課程學生之數學信念的型塑有所影響。

另外在期末的質性問卷上，教學者列出一學期的課程主題，讓學生勾選幫助他們達成本課程學習目標的選項，這樣的調查實施，除了讓學生能回顧課程內容進行反思外，也提供教師明瞭學生對課程目標的掌握程度，並讓教師有機會反思自身教學，進而更妥適的規劃課程相關內容

及搜尋素材。以105學年度第一學期之課程為例，在69份回收問卷中，有44人次認為中國數學和日本數學專題可以幫助他們認識古算家的數學思維與發展軌跡，領會文化交融的啟發與創意。同樣的有44人次認為機率的起源專題可以幫助他們知曉數學知識與人類活動之關聯。36人次認為數學詩專題可以幫助培養對於數學知識的反思、整合及創新能力。32人次認為專家演講、31人次認為博士熱愛的算式電影欣賞，可以幫助他們體會數學的各種面向，擁有基本之數學素養，拓寬知識領域。本學期專家演講為生活中的數學思考，讓學生關注日常生活中的數學，這也是日後教學者於課程安排上，可以加強的地方。

在通識課程的經營中，教學者發現學生較少涉獵閱讀數學普及讀物及觀賞數學數位素材，如何蒐尋更多相關影片，既能引起學生興趣也能讓他們從中學習到數學意含，讓課程更為豐富精采，是教學者努力的方向。事實上，藉由通識課程多次的實施，教學者個人也從反思中得到啟發和成長，並整理通識課程之素材，參加研討會與學界分享並進而組織整理撰寫文章發表。每一次的教學，都提供了教學者思索如何改變的契機，始能逐步調整教學內容，讓日後課程的安排能更適合學生學習、讓各領域的學生均能充分交流，從而引領討論更加多元，課程發展更為多樣化，學生也能更有所得，達到通識教育的目標。

參考文獻

- Berlinghoff, W. P., & Gouvea, F. Q. 著，洪萬生、英家銘、蘇惠玉、蘇俊鴻、林倉億、陳彥宏、郭慶章、陳啟文、葉吉海、洪誌陽、楊瓊茹譯（2008）。**溫柔數學史：從古埃及到超級電腦**。臺北：博雅書屋。
- Kline, M. 著，林炎全、洪萬生、楊康景松譯（1983）。**數學史——數學思想的發展**。臺北：九章。
- 李文林主編（2000）。**《數學珍寶：歷史文獻精選》**，臺北：九章。
- 林從一（2011）。在黑暗教室中點亮眼神。載於黃俊儒、薛清江（主編），**把理念帶進教室——通識教師實務錦囊**（頁 i-ii）。高雄：麗文文化。

洪萬生、英家銘、蘇意雯、蘇惠玉、楊瓊茹、劉柏宏（2009）。**當數學遇見文化**。臺北：三民。

高博銓（2007）。教學評量的原則及其革新作法，**中等教育**，**58**(1)，44-59。

教育部（2008）。**97年國民中小學九年一貫課程綱要**。臺北：作者。

郭生玉（1985）。**教育測驗與評量**。臺北：精華。

郭書春（1995）。《古代世界數學泰斗——劉徽》，臺北：明文。

陳竹亭、唐功培（2013）。跨科際教育在臺灣大專校院實施之探究。**長庚人文社會學報**，**6**(2)，159-195。

黃俊傑（2002）。**全球化時代大學通識教育的新挑戰**。高雄：中華民國通識教育學會。

黃譯瑩（2003）。**統整課程系統**。臺北：遠流。

楊德清（2011）。**數學連結之教與學的理論與實務**。臺中：天空數位圖書。

蔡清田（2004）。**課程統整與行動研究**。臺北：五南。

簡茂發（1989）。**教學評量原理與方法**。載於中國教育學會（主編），**有效教學研究**（頁395-426）。臺北：臺灣書店。

蘇意雯（2009）。探索日本寺廟的繪馬數學。**當數學遇見文化**（頁184-193）。臺北：三民。

蘇意雯（2014a）。詩情畫意談數學。**數學傳播**，**38**(3)，25-37。

蘇意雯（2014b）。「數學思維的發展與應用」核心通識課程理念與實踐。載於國立臺灣師範大學通識教育中心（主編），**博雅與匯通——師大核心通識課程理念與實踐**（頁481-519）。臺北：國立臺灣師範大學出版中心。

蘇意雯（2015）。遺產分配問題的數學探究活動。**國教新知**，**62**(3)，30-39。

蘇意雯（2016）。從一元美金談起。**通識在線**，**63**，31-34。

蘇意雯、陳政宏（2015）。數學通識課程的創意作業分享。載於臺北市立大學（主編），**臺北市立大學多元升等制度建立大專教師教學品牌學術研討會論文集**（pp. 97-109）。臺北：臺北市立大學。

- Branch, R. M. (2009). *Instructional design: The ADDIE approach*. Boston, MA: Springer-Verlag.
- Fasanelli, F. (2000). The political context. In J. Fauvel & J. van Maanen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 1-38). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic.
- Gustafson, K. L., & Branch, R. M. (2002). What is instructional design? In R. A. Reiser & J. V. Dempsey (Eds.), *Trends and issues in instructional design and technology* (pp. 16-25). Columbus, OH: Merrill/Prentice Hall.
- Jantsch, E. (1972). Inter and transdisciplinary university: A systems approach to education and innovation. *Higher Education*, 1(1), 7-37.
- Risinger, C. F. (1996). Global and international education on the world wide web. *Social Education*, 60(7), 447-448.
- Stiggins, R. J. (1987). Design and development of performance assessments. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 6(3), 33-42.
- Thomas, C. D., & Santiago, C. (2002). Building mathematics powerful student through connections. *Mathematic Teaching in the Middle School*, 7(9), 484-488.
- Ying, J. M., Huang, J. W., & Su, Y. W. (2015). An exploratory study on influences of a mathematical culture course on university students' mathematics beliefs: The case in a medical university. *Taiwan Journal of Mathematics Education*, 2(2), 1-24.

附錄一

大學生數學信念調查表

各位同學：歡迎您來修習本課程。本問卷為大學生數學信念研究問卷，僅供做學術研究用途。您的答案不會影響修課成績或老師上課的方式。請各位同學依照直覺回答問題，謝謝合作!!

作答說明

蘇意雯 敬啟

1. 在問題 1 至 20 題中，請依據您個人的實際情況，勾選一個合適的答案。
2. 敬請每題作答，勿遺漏任何一題。

2017 年 2 月

基本資料欄

性 別： ☐ 1 男 ☐ 2. 女 姓 名：_____ 系 級：_____

請問您是否在本校或他校修習過與數學有關的通識課程？

☐ 否

☐ 是，我修過 _____ 老師的
_____ 課程。

非常 不 有 普 有 同 非
不同 點 點 點 點 常
同意 意 意 意 意 同
意 意 意 意 意 意
1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

問題欄

- | | | | | | | | |
|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1. 數學是由符號表達的學問。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 2. 數學的研究成果可以幫助人類描述真實世界的現象。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 3. 數學是由程序與公式組成的學問。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 4. 數學的研究成果可以作為其他學科中解決問題的工具。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 5. 數學是從許多個別事實推導出一般原理的學問。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 6. 學習數學能幫助我們解決日常生活中遇到的問題。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 7. 數學研究得到的一般原理可應用至符合相同條件的各種情形。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 8. 學習數學能培養我們的邏輯推理能力。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 9. 數學是從現實的複雜現象建立起共同模式的學問。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 10. 學習數學能培養我們的創造力。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 11. 數學計算出來的結果可以精確地解釋許多現象。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 12. 學習數學能培養我們的觀察能力。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 13. 數學是符合邏輯的一門嚴謹的學問。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 14. 學習數學能增加我們的知識。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 15. 證明是建立數學知識正當性的唯一方法。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 16. 學習數學能提升我們對周遭事物的判斷能力。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 17. 一個數學假設如果滿足大多數的情形便可以確認其正當性。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 18. 學習數學能幫助我們欣賞周遭事物之美。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 19. 數學知識是客觀的真理。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |
| 20. 學習數學有助於個人的生涯發展。 | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ |

謝謝您的回答，本問卷到此結束！

附錄二

數學思維的發展與應用

數學學習問卷

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 請問您為何想要修習本門通識課程，請說明原因。
2. 請描述您過去學習數學的經驗。你可以嘗試舉一至兩件令你印象最深刻的事為例。
3. 您認為，數學是什麼樣的一門學科？它有甚麼特色？
4. 您覺得數學對您有甚麼幫助？

附錄三

1051 數學思維的發展與應用

數學學習反思問卷

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

請參閱本學期課程主題及代號，回答問題1：

A 民族數碼	F 電影-天地明察	K 數學鑲嵌活動
B 希臘的數學哲學	G 期中作業分享	L 遺產分配的數學思考
C 電影-博士熱愛的算式	H 專家演講	M 機率的起源
D 中國數學	I 數學詩	N 影集-數字搜查線
E 日本數學	J 卡通-唐老鴨數學樂園	O 印度數學

1. 修習本課程之後，是否幫助您明瞭以下這些面向？請填入代號並說明原因。

1	認識古算家的數學思維與發展軌跡，領會文化交融的啟發與創意。
	代號： 說明：
2	知曉數學知識與人類活動之關聯。
	代號： 說明：
3	培養對於數學知識的反思、整合及創新能力。
	代號： 說明：
4	體會數學的各種面向，擁有基本之數學素養，拓寬知識領域。
	代號： 說明：

2. 您認為，數學是什麼？修習完本課程，是否改變您原先對數學的看法或增加您對數學的理解？(請舉例說明)

3. 您的期中作業是_____。您覺得這個作業給您怎樣的啟發？

- ☐ 您願意老師日後將您的期中作品分享給學弟妹或同意用於學術論文的照片刊登(例如：國文系王同學的作品介紹)

Interdisciplinary Teaching Innovation for General Math Curriculum

Yi-Wen Su*

Abstract

How can we design an interdisciplinary general math curriculum for students to appreciate Math, which is often called the “Mother of Science”? This curriculum introduces the development of mathematical thinking in connection with philosophy, aesthetics, literature, and social life, to let students realize and experience that mathematics is a human activity. In the classroom, we will explore the development of mathematical thinking through various themes and from different ethnic groups to open the students’ mind to the diversity of culture, so they can cultivate multicultural discipline and concern for its historical development. From the qualitative feedback as well as the varied questionnaires at the end of the term, this curriculum shows that it affected the way students learned mathematical principles and the different aspects of mathematics were experienced by students from varied fields.

Keywords: interdisciplinary studies, history of mathematics, general math curriculum

This work was awarded as “excellent” in the Competition for Excellent Innovative Curriculum and Teaching of University Teachers in 2017

* Yi-Wen Su, Associate Professor, Department of Mathematics, University of Taipei. E-mail: yiwen@utapei.edu.tw