

數學遊戲教學素材開發與實踐

蘇意雯*

摘要

「數學遊戲教學設計與實務」課程是研究者每學年都會開設的數學系大二專業選修課程，有效地以數學遊戲為載具，使修課學生親近數學，進而能夠搜尋設計符合數學課綱的遊戲加以實作，是本課程的開設目的。本課程以教師專題講述、數位學習、魔術展演、設計實作為架構，發展活動；期中藉由安排「數學教具介紹影片創作」及「數學步道」等作業，讓學生能練習數位媒材的製作和報告分享；期末請學生分組修改設計數學遊戲，進行實作及撰寫心得。研究者對於本課程的經營及反思，希望能提供各階段數學教師社群參考使用。

關鍵詞：數學步道、數學遊戲、數學魔術



DOI : 10.6870/JTPRHE.202106_5(1).0004

投稿日期：2019年11月28日，2021年4月20日修改完畢，2021年4月23日通過採用

*蘇意雯，臺北市立大學數學系教授，E-mail: yiwen@uTaipei.edu.tw

壹、教學設計理念與特色

一、前言

十二年國民基本教育課程綱要數學領域的基本理念中提及：數學是一種實用的規律科學，教學宜重視跨領域的統整（教育部，2018）。如何以數學為主軸，連結生活科技、資訊、閱讀等元素，擴展學生之視野，強化跨域溝通力，是教學者關注的議題。此外，十二年國民基本教育之課程發展本於全人教育的精神，以「自發」、「互動」及「共好」為理念，強調學生是自發主動的學習者，並提出「自主行動」、「溝通互動」及「社會參與」三大面向。此處的「溝通互動」是強調學習者應能廣泛運用各種工具，有效與他人及環境互動。這些工具包括了物質上的教具、科技與資訊等，也包括社會文化上的語言、文字及數學符號等（教育部，2014）。事實上，在九年一貫數學學習領域（教育部，2008）中也相當強調「數學溝通能力」的培養，所謂的溝通包括理解與表達兩種能力，數學溝通一方面要能瞭解別人以書寫、圖形，或口語中所傳遞的數學資訊，另一方面，也要能以書寫、圖形，或口語的形式，運用精確的數學語言表達自己的意思。本校前身為教育大學，有一部分的學生畢業後是在各階段的教育領域服務，數學科是一門基礎而重要的學科，數學溝通能力的培養對本校學生而言也就更形重要，也就是說，如果身為教師者自身都沒有體會數學溝通能力的重要，日後又怎會培養未來學生擁有此能力呢？再加上本系每年對於大學部畢業生皆會做問卷調查，當詢問到「工作或研究所求學的經驗中，您認為本系應加強哪些課程或改善哪些學習環境，以強化學生就業或研究能力？」（共11個選項可複選），回應「表達能力訓練（上臺報告）」的比例總是相當高。以105學年度的調查為例，大學部畢業生選擇該項的比例高達48.65%，對比次高項的比例只有29.73%，顯示出本系學生對於加強「表達能力訓練（上臺報告）」的需求。因此，「數學遊戲教學設計與實務」課程強調個人及小組上臺報告，除了利用小組合作學習的形式，討論展演數學魔術、共同發想設計數學遊戲並進行報導之外，針對個人部分，則安排對於網站上的各類數學遊戲探討及評析，並且要求學生進行數學遊戲

的教學實作，對全班分享。希望藉由探討自身所學之專業知識與社會之互動連結，培養學生之社會參與經驗，充實學生自身在數學上的溝通能力，進而培養未來所教導的學生也擁有此份能力，這正是本課程所關注的重點。

二、設計理念與課程特色

（一）設計理念

如何讓課程更豐富有趣、在活潑中呈現數學知識本質以及學生獲知多元數學教學等面向，一直是教學者在教學中的自我期許。「數學遊戲教學設計與實務」是教學者每學年都會開設的數學系專業選修課程。在這瞬息多變的環境，琳琅滿目的科技數位媒材衝擊下，引動學生搜尋線上數學遊戲，從中找出其數學意涵及相對應課綱，更有效地以數位數學遊戲為載具，激發學生內心底層的好奇心理與探索衝動，儲備日後運用數位科技媒材進行教學的資本。由於課程若以分組進行，讓組員互動，完成任務後向同儕報告，並整合所有結果與全班分享，可以形成一起學習成長的共識域（梁淑坤，2020）。因此，讓學生發揮創意，團隊合作設計數學遊戲並進行實作，也是教學者每次教授該課程，一直努力想要精進突破的部分。如何將課程安排得更為活潑，兼具深度與廣度，讓課程的實施及呈現更為生動多彩，是教學者的自我期許。

在前述問題意識下，本課程安排數位學習素材，透過數學遊戲網站，傳遞教學內容，讓學生從中學習。每位學生都必須上臺向大家展示所蒐尋的線上遊戲，並說明此數學遊戲之破解策略及所對應之數學課綱。有鑒於魔術是時下頗具吸引力的議題，也規劃了數學魔術展演，以小組為單位，小組成員利用課餘時間練習，在課堂所排定時間上臺表演魔術，臺下閱聽同學可以向表演小組提問步驟細節，搶答出其中的數學原理，教師再予以加分。透過魔術新奇有趣的效果，引動學生學習數學的動機，也希望數學魔術所具備的娛樂性和挑戰性，啟發學生探索數學的欲望，消除對於數學的恐懼感。教學者以多元方式進行課程規劃，希望藉由課程的設計，帶動學生體會數學之樂趣，增進數學溝通能力，發

揮數學創意展現，設計出具教學意涵之數學遊戲。

本課程希望透過數學遊戲的設計理念介紹及活動實施的分享，讓學生能於實作中對數學遊戲的理論和設計方式有所認識，進而能夠自行研發設計出符合十二年國教數學領域學習重點的數學遊戲，讓未來所任教班級的學生能夠於遊戲活動中進行數學概念的學習。

（二）課程特色

本課程之規劃除了讓學生認識數學遊戲與教學之關連，也強調同學間的溝通表達與團隊合作，希冀帶給同學多面向的學習。藉由相關資料搜尋及整理，提供學生機會主動探究，擴大視野，進一步瞭解數學遊戲與教學之連結。茲將本課程之特色詳細說明如下。

1. 多元的數位學習與評量

數位學習線上遊戲可以刺激國小學生思考解題的活性，讓他們快樂學習（黃士騰，2005）。而提供一個含括數學遊戲在內的數學數位學習環境，可以引發中學生的學習動機，正面影響學生的學習態度（Lopez-Moreto & Lopez, 2007）。數位遊戲對提高學生在數學計算中的速度和注意力也有顯著的影響（Mahmoudia, Koushafarb, Saribagloob, & Pashavia, 2015）。

國內外都有很多數學遊戲教學網站，例如UTAH大學所設計的數學遊戲網站（<http://nlvm.usu.edu/>），國內由臺灣師範大學數學教育中心所成立的網站（<http://www.sdime.ntnu.edu.tw/main.php>），也提供各階段學生數學學習相當豐富的資源。其中有關數學奠基活動模組的開發，更是提供現場數學教師立即上手的教學素材（https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0）。

教學者在進行教師專題講述時會運用「Kahoot！」即時反饋系統平臺（<https://kahoot.com/welcomeback/>），讓學生進行競賽，教學者也利用此一機會，向學生介紹這個相當容易上手的數位平臺，並鼓勵他們嘗試在日後其他課程的報告中使用此平臺與同儕互動。另外，本課程除了規劃讓學生介紹及評析線上數學遊戲，鑑於時下年輕人所熟悉的網路直播實況主，本課程也安排「數學教具介紹影片創作」活動，讓學生錄製

影片，對系上專有的數學教具室裡的教具進行介紹，並上傳至本課程之數位學習平臺，與其他修課同學分享。

本課程「數學遊戲教學設計與實務」的修課學生，一大部分日後會從事數學教育工作，因此，教學者在課程活動中安排數學奠基模組探討，讓學生能從整理報告分享中，學習數學遊戲的設計，也明瞭現場教師如何帶領實作。為了不讓學生只關注玩遊戲，忽略到活動本身所蘊含之數學內容，遊戲導入教學應包含的要點有挑戰性、競賽性或合作性、機遇性或趣味性、教育性等（饒見維，1996），這正是教師在布置編排數學遊戲時，所應謹記之處。

2. 發現數學的無所不在

數學步道是利用校園或社區公園之事物與環境，來引發學生探究的活動。數學步道可以活化數學教學，讓數學變的有用、有趣、並可感受到生活中數學的存在（鍾靜，2012）。本課程於期中安排「數學步道」作業，本項作業可以個人或小組共同完成，各組學生在學期中時尋找景點拍攝照片，可利用假期回到以前就讀的中小學校園尋找靈感，也可以在校園內或附近公園取景，加以剪裁，共同完成數學步道作業後於期中考週繳交。此份數學步道的設計必須考量教育部所頒布之數學領域課綱學習重點，學生除了上傳電子檔案外，並需製作簡報檔搭配照片，在課堂中口頭報告，對全班同學進行設計理念的分享。

3. 數學閱讀與溝通能力的培養

閱讀能力與終身學習的能力息息相關，國民閱讀能力也是建構國家實力的關鍵，許多國家也體認到閱讀對國家整體發展的重要性，紛紛投入閱讀運動（林巧敏，2008）。教學者在教學歷程中發現部分數學系的學生，並沒有閱讀數學普及讀物的經驗，因此規劃「我是數學說書人」活動，在學期初先向學生介紹「向社會推薦優良數學科普書籍」網站（https://www3.math.sinica.edu.tw/mrpc_jsp/book/about.jsp），以及臺灣數學博物館網站（<http://mathmuseum.tw/>）裡的深度書評，讓學生從中尋找感興趣的數學遊戲相關普及讀物，進行閱讀。為了培養學生的數學溝通能力，教學者要求於學期末每人就所選擇的書籍進行分享，並讓全班互評票選表現優異的說書人，前三名的優勝者並給予加分獎勵。教學者安排此活動，主要是希望學生藉由數學遊戲相關普及讀物的閱讀，加

以整理反思，進而與全班同學分享，說明書中數學的精神意涵，讓其他學生延伸想像，培養數學溝通能力。

4. 學用合一的體驗

本課程每週都有預定的組別展演數學魔術，在表演結束後，開放臺下學生們提問，教學者並以加分方式獎勵看出其中所蘊含數學概念的學生，讓班上學生都能熱烈參與活動進行。表演者預先瞭解魔術的梗概，藉由現場的演出，展示所學，與其他同學互動。教學者也要求修課學生必須改良設計學期中所分享之數學遊戲，並尋找適合對象進行實作，於期末時向全班同學分享實作心得。如此讓全班同學可以互相觀摩彼此之數學遊戲教學成果，交流經驗，再者設計者本身也可以經由此實作，瞭解所設計之數學遊戲的良莠，並與上課所學做一印證，藉由實作反思得以成長。

實作評量（performance assessment）是以觀察和專業判斷等方式所作的評量（Stiggins, 1987），在教學評量的改革潮流中，實作評量頗受到重視（郭生玉，1985）。利用實作的工作，要求學生以口頭、書寫或製作一項作品的方式，來評量學生是否達成學習目標。教學者在本門課程中，並沒有傳統的數學考試，改以各種活動評量學生的表現。本課程以教師講述專題、數學遊戲網站介紹、數學魔術展演、小組討論合作學習、數學遊戲普及讀物閱讀及反思分享等方式，希望學生通過本課程能獲得心靈的刺激與拓展，見識的廣博與洞澈，體會到數學遊戲與教學之關連，以拓寬其知識領域。另一方面也藉由數學遊戲的教學實作，讓學生能有機會探討自身所學之專業知識與社會之互動連結，培養學生之社會參與經驗。

貳、課程內容與教學設計

本課程安排數位學習素材，透過數學遊戲網站，傳遞教學內容，也讓學生從中學習。有鑒於魔術是時下頗具吸引力的議題，素材內容也規劃了數學魔術展演，透過魔術新奇有趣的效果，引動學生學習數學的動機，也希望數學魔術所具備的娛樂性和挑戰性，啟發學生探索數學的欲望，消除學生對於數學的恐懼感。希望能藉由上述數學遊戲素材的開發

與實踐，對於「如何開發數學遊戲教學素材？」以及「所開發出的數學遊戲教學素材之實踐成效為何？」等問題能有完整回應，以提供各階段數學教師社群參考。

本課程採用ADDIE（analysis, design, development, implement, evaluation）教學設計模式，包含分析、設計、發展、實施和評鑑五個階段。此模式約於80年代末期出現，應用ADDIE於教學設計，可以藉由對於脈絡內以及脈絡間等多重情境的系統化回應，紓緩學習環境的複雜性（Branch, 2009）。在分析階段，確定學習者的特性，教學的目標以及所用以傳遞訊息的媒介，並分析可以利用的時間以及在這段時間內可以實現多少目的（王小明、龐維國、陳保華、汪亞利譯，2007）。「數學遊戲教學設計與實務」課程為本校數學系大二學生之3學分專業選修課程，學生於大一時已修完微積分及線性代數等必修課程。為了達到課程目標，在設計階段教學者搜尋適合歸納思考、邏輯推理、數學教學、文化欣賞、生活連結等面向，依照專題講述、數位學習、魔術展演及實作活動等範疇，選定主題，進行素材的探討，規劃每一主題的設計方針，以及實施、教學評量之方式。由於本課程每週上課時數為3小時，為了讓課程呈現豐富多樣的風貌，教學者分別在三節課安排不同的主題活動，通常第一節課是教師的專題講述，接下來是學生的數學遊戲網站介紹分享，最後一節課是魔術展演及數學奠基模組介紹分享。

在發展階段教學者以教師專題講述、數位學習、魔術展演、設計實作為架構，將所收集到的資料，編排成一學期之數學遊戲教學素材，製作「遊戲理論」、「七巧板」、「華容道」、「魔方陣」、「摺紙」、「數學填字遊戲」、「拈的遊戲」、「河內塔」、「九連環」、「黃金分割與斐氏數列」、「鑲嵌」等11個專題，以及安排「數學教具介紹影片創作」、「我是數學說書人」、「數學步道」作業、「數學魔術展演」、「數學遊戲網站介紹」、「數學奠基模組介紹」、「數學遊戲相關論文介紹」、「數學遊戲實作心得分享」等活動，並配合課程目標檢視，使開發之素材能真正合用。本課程每週3小時之各單元主題及課堂活動內容請詳見附錄一。在課程的實施階段，教學者將所開發之數學遊戲教學素材進行教學實踐，觀察學生學習狀況，並藉由每週學生填寫的學習紀錄表，調整教學步驟及素材取向。

以「數學教具介紹影片創作」單元為例，由於本校前身為教育大學，專門培育國小師資，因此本系有一間教室，專門擺放國小數學教具。有鑑於之前學生在大四教學實習時，都不清楚可以運用系上教具室的豐富資源，因此教學者便設計帶領修課學生到教具室尋寶，讓他們知道系上有哪些教具可供使用。最近幾學期，由於數位媒體風行，網路上實況主成為風潮，教學者於是規劃學生分組搜尋感興趣的教具，錄製影片加以介紹，並於課堂中向全班同學進行分享，全班同學再就各組內容進行互評，票選最佳創作者，教師並予以加分。有關數學實況主的影片片段，如圖1、2所示。



圖1 學生展示蹺蹺板教具

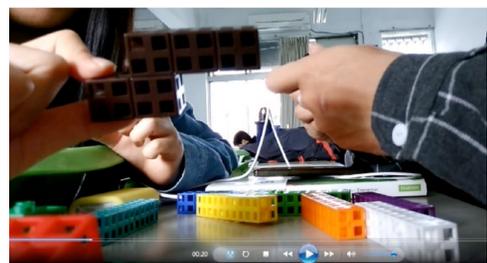


圖2 學生展示五連方教具

本門課程的評鑑階段為在課程執行中，藉由每一主題的學生自我學習紀錄表回饋中，逐步修改精緻化。每一次活動學生的表現，學期中學生所分享之數學步道及期末的數學遊戲設計實作，以及學校的授課意見統計表和系上的教學意見調查都是教學者重要之參考資料。教學者規劃本課程上課的討論發表以及課堂參與狀況，占分50%。討論部分包含學生在「數學教具介紹影片創作」、「數學魔術展演」、「數學奠基模組介紹」、「數學遊戲網站報導」、「數學遊戲相關論文研討」、「數學說書人」等活動之表現。期中作業——數學遊戲步道設計，是讓小組同學利用課餘時間尋找景點，拍攝照片並設計數學步道，於課堂中呈現分享，此部分占分25%。至於期末實作心得報告，是讓學生個人設計符合九年一貫或是十二年國教數學學習領域之數學遊戲，尋找適合之對象實作，記錄下實作過程及對象之反應，並進行個人反思撰寫心得，於課堂與全班同學分享，此部分占分25%。

承上所述，教學者藉由「觀察」、「文本收集」、「實作活動」、「問卷調查」這些資料來源，反思所開發之數學遊戲教學素材於「數學遊戲教學設計與實務」課程實施之成效。由「觀察」所收集到的資料，是指教學者教學實踐的實地觀察，包括學生學習過程中的觀察及教學現場的學習反應。「文本收集」包含前文提及學生的自我學習紀錄表、期末實作心得，以及數位文本，也就是學生的影像創作。從這些資料中，我們可以更清楚得知所開發出數學遊戲教學素材之適切性，做為修正及下一階段開發數學遊戲教學素材之參考。「實作活動」為學生個人或分組所展現之口頭報告、魔術展演等，從中可看出學生的創意及巧思。「問卷調查」量化部分是統計的分析，藉由數據呈現的資料，解讀學生之學習成效，質性回饋也是教學者據以調整教材及教學的參考依據。教學者企望從各面向掌握學生學習狀況，也從各項資料中反思教學，期能精進自身教學能力，得到啟發和成長。

本課程使用的教學方法有講述法、討論法、合作學習、探究教學及發表教學法。首先教師對於專題，先進行講述，讓學生聆聽教師講解，對專題有概括的瞭解；接著利用教具讓學生對於主題進行探究，尋找解題策略，以小組討論及全班討論的方式，對主題進行探討以達到教學目標。數學魔術展演也是藉由魔術師的表演，讓其餘學生進行背後數學原理的探究；至於數學步道作業，則是利用合作學習方式，讓學生進行數學步道的設計和展示。本課程安排實作活動，就是鼓勵學生將自己對於遊戲網站、遊戲教學相關論文、數學普及讀物等等之看法，利用語言、文字等方式充分表達，以訓練學生的數學溝通能力。以下的篇幅，將闡述本課程的教學實踐歷程。

參、教學實踐歷程

教學者近年有關「數學遊戲教學設計與實務」課程的實施，皆會設計學生自我學習紀錄表（請參見附錄二），讓學生於每次課後填寫繳回，這樣的布置用意，除了使學生自我評量上課吸收狀況，也有利於教師確實掌握每次授課學生之反應。每一次的教學，都提供了教學者思索如何改變的契機，始能逐步調整教學內容，讓日後課程的安排能更適合

學生學習，讓課程發展更為多樣化，學生也能更有所得。在107學年度的課程中，教學者在期末新增學生意見調查表（請參見附錄三），幫助教學者更瞭解本課程之實踐成效。事實上，學生的每一項任務展現都可以反映教師之教學成果，以下教學者將分別加以說明。

一、體驗數學和文學、藝術及生活的連結

（一）數學填字遊戲專題

在報章雜誌裡常可看到填字遊戲，本堂課教師準備方格紙，讓學生發揮創意，將數學相關名詞、概念或是數學家填入，體會在文學中遇見數學的遊戲（如圖3所示）。數學填字遊戲，讓學生嘗試將所有學過的數學名詞、概念加以組合連結，這對數學系的學生其實是一大挑戰。由學習紀錄表學生的回饋諸如「數學填字遊戲很有趣，可以激發想像」、「設計填字遊戲蠻有趣的」等，可以看出，不少學生樂在其中。

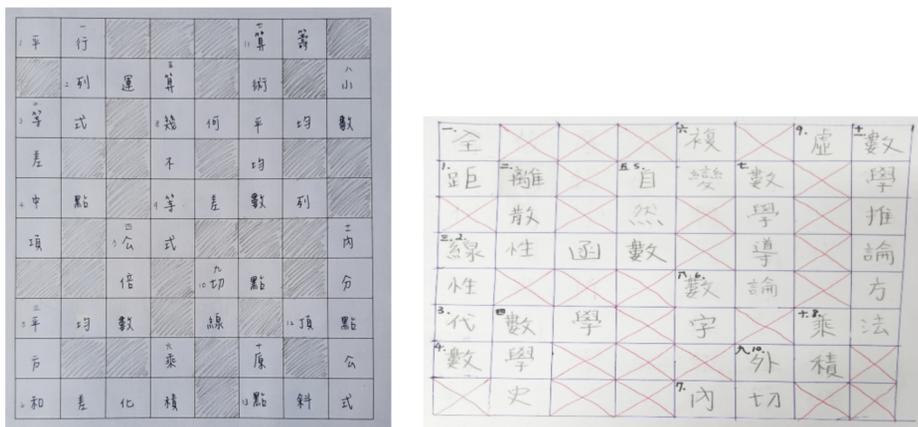


圖3 修課學生完成之數學填字遊戲舉隅

（二）摺紙專題

具體的摺紙實作，也可以成為正規的數學知識活動，在摺紙中也可以學數學！教學者介紹《摺摺稱奇：初登大雅之堂的摺紙數學》（洪萬

生等人，2011)一書，讓學生對比摺紙直觀的精確嚴密數學之必要，最後，再將摺紙總結到現代數學的研究主題。教師專題講述後布置題目讓各組討論挑戰，並和同學探討國中基測上的摺紙試題，分享此一主題之相關文章。最後教學者也以補充剪紙的對稱性作結，讓學生進行實作。

在摺紙與剪紙專題中，如圖4，學生利用對稱性設計出豐富的剪紙圖樣。例如，因為覺得小篆很漂亮，可以結合國文課的漢字書法字體流變，認識欣賞小篆結構的對稱美的小仁，剪出了「算學」的成品，也提到了他的設計理念：「以小篆『算學』為主體，稍作修改來讓圖形接合，並更能呈現對稱美。」小霖則剪出「靈」字，他的設計理念是：

用看起來不對稱的中文字製作成可以一體成形的對稱圖形，我想這樣可以刺激小朋友的創意，讓他們知道就算不對稱也可以加工成對稱圖形。

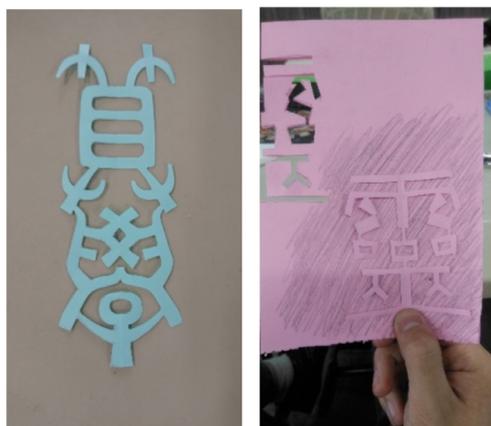


圖4 修課學生完成之剪紙作品舉隅

藉由剪紙活動認識線對稱圖形也喚起學生的共鳴，例如「線對稱圖形在生活中到處都有，且不論是文字或圖案都是，我也回憶起在補習班教這單元時的情景了」、「線對稱圖形製作，許多卡通圖案都是」、「線對稱圖形的分享看到大家都創意十足」、「線對稱圖形自己動手做，有寓教於樂的功效」等，可見動手設計，加上美的元素，讓學生更有感受。

（三）鑲嵌專題

教學者對於艾雪（M. C. Escher, 1898~1972）畫作加以介紹。荷蘭平面藝術大師艾雪的藝術作品被視為二十世紀藝壇上的奇葩。艾雪為人所樂道的創作是他運用數學、特殊錯覺、不可能建築體和重複人物，所打造出兼具遊戲形式和科學感的作品，這些作品衝擊著觀者的視覺感官，並挑戰著世人固有的邏輯思維。在本次專題中，教學者首先簡介艾雪的畫作，接著介紹鑲嵌圖形，展示歷屆學長姐之成品，並請學生動手設計屬於自己的鑲嵌圖形，完成後進行全班分享設計理念及展示。在鑲嵌專題上，如圖5，學生也有發揮了創意展現，設計了可愛的造型，從中可見學生的巧思。



圖5 修課學生完成之鑲嵌圖形舉隅

（四）數學步道

在期中時，修課學生完成了數學步道作業，由於開學時便將作業內容及形式宣布，因此有的學生利用假日返家時回中、小學時的母校校園完成，但大部分學生還是在本校校園內尋找靈感，或是在學校附近景點搜尋素材。教學者請學生拍照設計題目，並寫下設計理念以及這個題目所對應的九年一貫或十二年國教數學課綱條目，在期中考週展示與全班分享。期中作業報告結束後，教學者也請學生在學習紀錄表上選出心目中最優等之作品，學生紛紛表達出自己的看法，例如：「小寬的數學步道融合了羽球和數學，從運動中學數學，我覺得會提升對數學的興

趣」、「我覺得小穎做的報告很好，非常貼近生活」等，取人之長，補己之短，期中作業分享，學生們展現了琳瑯滿目的作品，學生也可以從欣賞別人的成品中，學習到如何更精進。

二、數學遊戲相關知識的增進

(一) 河內塔專題

教學者首先介紹此一古老寺廟的預言，請學生挑戰移動四個圓盤的狀況，接著讓學生利用遞迴關係找出 n 個圓盤時，最少移動步數是 $2^n - 1$ ，並利用數學歸納法證明。關於此一專題，有一些學生是學習過的，但是卻不清楚其內涵。譬如「雖然一開始我就知道河內塔的公式是 $2^n - 1$ ，但卻不清楚是如何推導出來的，透過大家一起討論後找出最後的結果，讓我對於其中的原理有更深刻的認識」、「原先對河內塔有點印象，但其中的原委不是很明白，這次先透過先畫圖試試看，也聽了老師的提示，觀察2片和3片的移動，將過去不清楚的部份都想清楚了」、「高中就學過數歸，但太久沒使用了，剛開始有點不知怎麼做，但數歸就是要找它的規律，所以我就先嘗試了比較小的數字找出規律」等，也有學生表示：「一開始接觸河內塔的時候以為它只有單純的解謎遊戲，後來經過多次的思考與實際操作，才發現它是有一定的規律，並沒有表面所看的這麼簡單。」在本門課堂上，當教學者詢問學生對課程中所介紹的遊戲感到困難時如何克服，「先自己消化思考其中的原理」、「實作發現規律」、「與同學或老師討論」以及「上網查資料」等等是學生常見的解決之道。

(二) 九連環專題

九連環是流傳於中國民間的古老益智巧環遊戲，和七巧板、華容道，並稱為中國三大古典智力遊戲。「九連環」是在一根長形的鐵棒上套著九個環環相扣的圓環，藉著一連串套上、解下的動作，將九個圓環從鐵棒中解開。雖然套上或解下說起來很容易，但是真正操作起來卻很繁難。因為必須要遵循一定的規則才能解決。教學者在本專題展示九連

環教具，讓學生思考挑戰，並請同學觀察規律，探討其關係，及找出相應策略，推算出順暢解開九連環所必須移動的圓環次數。教學者也分享此一主題之相關文章，並藉由九連環與格雷碼的對應，討論其中的數學意涵（郭君逸，2014）。

（三）魔方陣專題

將數字1、2、...、 n^2 填入 $n \times n$ 的方格中（簡稱「 n 階方陣」），使得縱、橫、對角線的和都相同。這樣的方陣，我們就稱為「 n 階魔方陣」。 n 階魔方陣每行、列的和均為 $\frac{\sum_{k=1}^n k}{n} = \frac{\frac{(n^2+1)n^2}{2}}{n} = \frac{(n^2+1)n}{2}$ 。南宋楊輝在《續古摘奇算法》縱橫圖提到三三圖之口訣為：「九子斜排，上下對易，左右相更，四維挺出，戴九履一，左三右七，二四為肩，六八為足。」教學者在介紹專題之後，請學生挑戰製作五階魔方陣，部分學生能類推原理製作出來，如圖6所示。

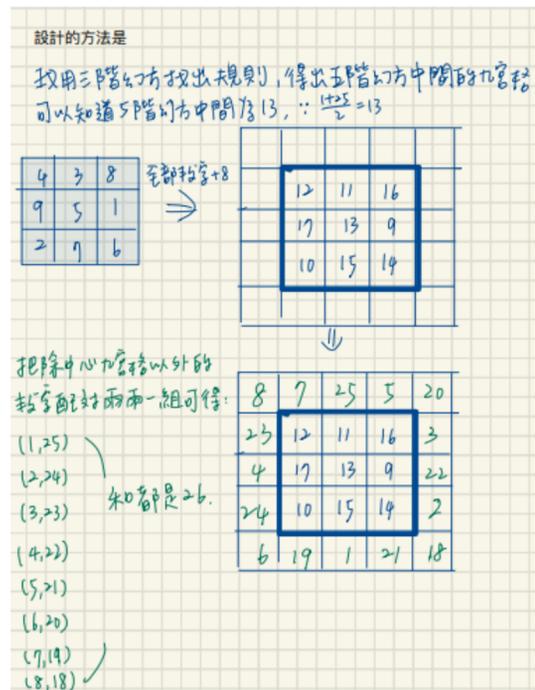
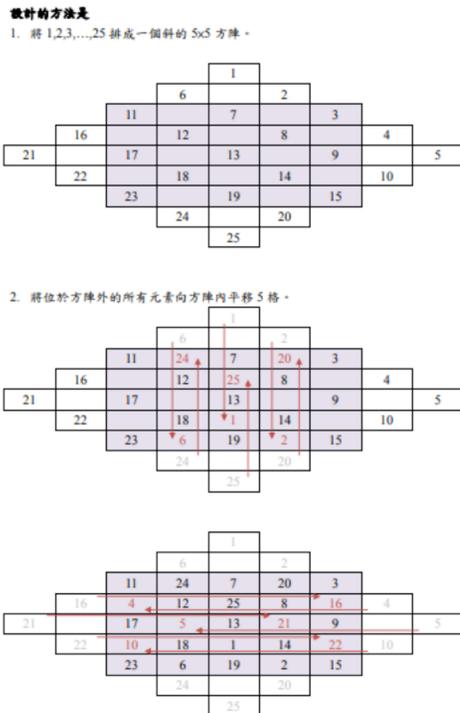


圖6 學生製作之五階魔方陣

由於教學者要求學生可以程序性地製作出五階魔方陣，但要想出其中原理。在教學者尚未講解及展示成功作品之前，部分學生在此處遇到困難，寫下了「有點難，還沒思考完就要下課了。做出來其實有步驟可以照著做，但是要能完全理解概念一時之間做不到」、「還是有點不太明白原理，想利用課餘時間繼續想想，並嘗試其他方法」、「我覺得魔方陣有點難，我做不太出來，就上網查了一下，以前其實沒有接觸過，不過瞭解了原理，就容易許多」等，可見此專題難度較高，更需要布置適當的鷹架及讓學生有充足的時間思考。

三、數學溝通能力的培養

(一) 數學魔術展演

魔術表演總是能吸引大眾的目光，那麼數學魔術呢？為了能利用魔術所具備的娛樂性和挑戰性，引動學生學習數學的動機以及探索的欲望，藉此消除學生對於數學的恐懼感，教學者也安排了數學魔術展演。利用《數學魔術》（林壽福、吳如皓，2009）一書裏的27個活動，探討等差數列、等比數列、一元一次式及代數式的運算、二元一次方程式的整數解、等量公理、因數與倍數、相似形、多項式加減法、直角座標系、質數與餘數、9的倍數判別法、二分逼近法等數學概念。每週都有預定的組別進行展演魔術，在表演結束後，開放臺下學生們提問，教學者並以加分方式獎勵看出其中所蘊含數學概念的學生，讓班上學生都能熱烈參與活動進行。數學魔術的展演也喚起學生的探究好奇心，雖然僅是基礎數學範疇的魔術，但是經過精心設計鋪排，有時並不能讓人一眼就看穿隱含在魔術背後的數學原理。學生在展演前會先徵求該次自願的魔術小助理，展演完後，教學者會先提供小助理破解魔術的機會，之後再開放現場同學提問、找出原理。學生也體會到運用魔術包裝數學知識的展演來探索解題的樂趣。

(二) 奠基模組以及數學遊戲網站介紹

除了奠基模組活動帶領，教學者也在本課程中安排每一位學生介紹

兩個數學遊戲，其一是UTAH大學所設計的數學遊戲網站（<http://nlvm.usu.edu/>）裏所搜尋到數學遊戲之設計理念及評析，接著再展示學生自己從其他數學遊戲網站所搜尋到的數學遊戲，並搭配數學課綱，說明其中所蘊含之數學概念及之所以選擇介紹該遊戲的原因。首先教學者會請學生思考討論如何解題，此種寓教於樂的學習方式也得到學生的共鳴，例如：「今天玩了幾個數學遊戲，大家都很認真討論策略，想要解開題目。很喜歡這樣的氛圍，幾個人湊在一起分享想法，也許就有機會找到解決問題的方式」、「拈的遊戲從國中就有玩過，但是每次都輸，直到上次同學講解後才知道要從每次拿的數量跟獲勝的條件來推，並不是亂喊數字就好，只要從餘數的概念去想，其實這個遊戲沒有想像中的困難」等。

（三）我是數學說書人活動

我是數學說書人的活動，讓大家閱讀及分享了數學普及讀物，學生們也覺得收穫頗多。由於在分享過程中，學生除了自己閱讀外，也知曉了不少其他數學普及書籍，因此有些學生決定要利用課餘時間進行閱讀。本次分享用了將近兩週的時間完成，為了增強學生的動機，每一位學生上臺報告後，教學者就請該名學生將書名及報告者姓名寫在黑板上，當週報告結束後全班會票選出前三名的數學說書人，進行加分。能獲得大家的肯定，獲選的同學也都表達出歡喜之情。

藉由上述活動，除了讓學生知曉數學遊戲相關資源之外，提供上臺報告的機會，增進學生的數學溝通能力，也是本課程相當重要的主軸之一。課堂中，教學者也會適時發問，讓大家分享想法。在期末的問卷中，對於「我覺得『數學遊戲教學設計與實務』課程能幫助我提升數學溝通的能力」此問題，勾選同意及非常同意的學生107學年度有88%，108學年度有94%，可見本課程對於學生數學溝通能力的培養有所成效。

四、數學遊戲的學以致用

因為期末時學生必須以課程中所分享的數學遊戲為藍本，設計出符合當時的九年一貫或十二年國教數學學習領域之數學遊戲，並尋找適合之對象實作，記錄下實作過程及對象之反應，進行個人反思撰寫心得，與全班同學分享。教學者藉由這個活動安排為本學期課程畫下一個句點，讓學生能學以致用，將這學期所吸收之數學遊戲相關資訊，加以整合運用。例如小博回顧整個學期的課程寫下：

在經過三次的報告後，我才發現原來教育可以這麼的有趣，以及老師們背後的心思是如此用心良苦。以前，我都只覺得老師只要會算就好，然後再跟著課本去教學就可以了，可是現在，原來為了讓學生們瞭解課程，可以設計活動來讓學生們更去瞭解其中的意義，讓學生們可以在快樂中學習，我覺得真是非常有意義。

修課學生們展示了豐富多彩的實作活動，在分享結束後，學生也都給予正面得的回饋，例如：「謝謝老師上這門課，收穫很多」、「這學期在各種課程中，不論是同學分享的或是老師補充的，都是十分有收穫的！」、「最後一堂數學遊戲，老實說我很久沒有合適的場合變魔術了，也學到了很多數學遊戲的概念，這學期很感謝老師！」。中國交換生李同學也表示：

這一學期來，體會很不同，這節課也很不一樣，認真可從第一節到最後一節，我畫了一個圓滿的句號。真心謝謝老師的關心和同學的熱情。

肆、實施成效與回饋

從上述學生的學習狀況，可以看出本課程的內容能讓學生藉由遊戲體會數學之各種面向，學生也能搜尋並評析數位數學遊戲，分辨媒體網站所提供之資訊素材，並能欣賞數學之美，以及數學與生活之連結，搜

尋設計符合數學領域學習重點的數學遊戲，並藉由實作，印證所學並加以反思。在107學年度的課程中，修課學生完成數學步道設計共24件，數學遊戲設計共10件，以及數學教具介紹影片11部。研究者並於學期結束時舉辦學生成果展覽，小組學生將所設計之數學遊戲印製海報呈現，分享設計理念及實作心得反思。

針對課程目標，學生同意本課程能讓他們「理解數學遊戲教學相關理論，體會數學之各種面向」，所持的理由大部分與實作活動有關：「因為教案需要自己設計，思考跟課綱的關聯性」、「因為實際操作後印象更深刻」、「能實際操作遊戲有助於理解背後原理」等。學生也認為修習完本課程「能搜尋並評析數位數學，也能分辨媒體網站所提供之資訊素材」，因為「提升了google搜尋的能力」、「網站上有許多資源可利用」、「認識了不少有關數學的網站，若是以後教學時可以運用」、「這些課程讓我接觸到數學以及媒體」、「能夠從中發現這些遊戲的原理」、「知道原來有這麼多種的數學遊戲，可以讓人更認識數學」等。

針對「能欣賞數學之美，以及數學與生活之連結，設計開發符合十二年國教數學領域學習重點的數學遊戲」，學生認為「每個人在報告時都有提到與十二年國教的連結」、「數學步道與生活情境做連結」、「會發現有很多數學可以與生活結合，設計出有趣的遊戲」、「這些課程讓我更加瞭解12年國教數學方面的知識」、「可以設計出跟12年國教比較相關的遊戲或魔術」等回應。針對「互相評析數學遊戲教學實作，探討自身所學之專業知識與社會之互動連結，培養社會參與經驗，能印證所學也能加以反思」，學生認為「設計數學遊戲教案，並實際給學生玩」、「實際操作教具更能瞭解實作的重要」、「會思考一些數學的活動其優缺點，並想有什麼方式可以加以改善」等。

在期末的課程實施學生學習意見表中，全班同學都同意本課程「幫助瞭解數學遊戲相關資源」以及「提高學習數學的興趣」（如圖7所示），也給予「上課很有趣，讓學生做到也學到很多東西」、「增加了對數學遊戲的理解」、「老師上課認真會講解很多有關於數學方面的知識且上課活潑和生動，很喜歡老師上課的方式」等回應。

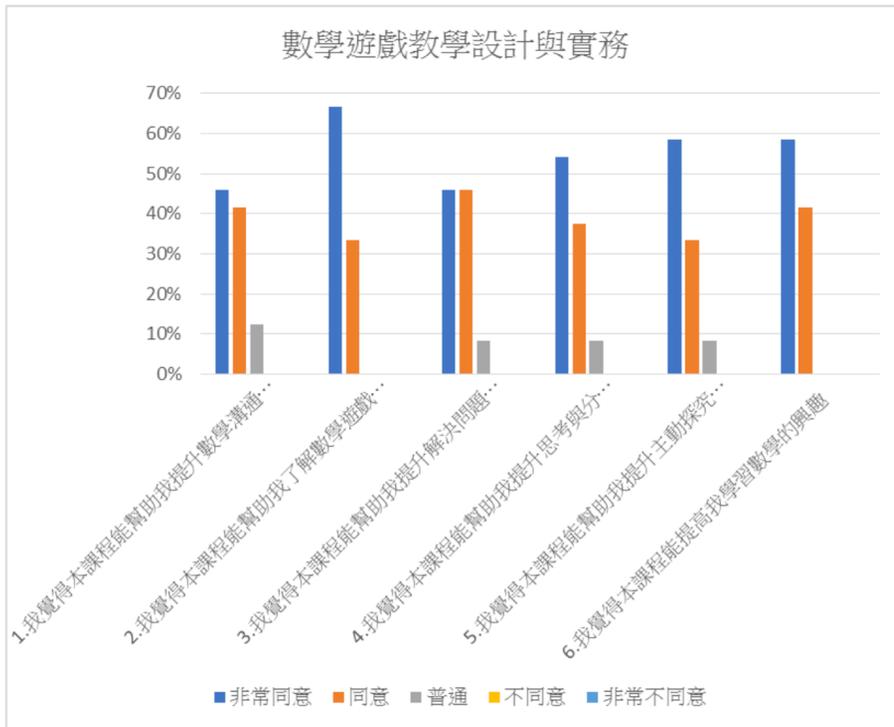


圖7 107學年度課程實施學生學習意見

除了自我學習紀錄表，讓學生能針對每週所安排的課程即時回饋之外，學期結束之後，學生的教學意見調查也是教學者獲知自身教學成效的參考依據之一。本校的授課意見統計表是量化的分數勾選，從授課學科的各项得分，教師可以做為調整課程的參考。以105學年度所開設之「數學遊戲教學設計與實務」課程為例，本課程從修課學生對本課程的教學意見，以及對學習的自我省思，和綜合建議，得到4.68的評鑑分數。經由學生的填答不難看出，修課學生對於本課程內容安排的肯定。除了學校學期末的授課意見調查以外，本系在學期末也會讓學生填寫教學意見問卷調查，讓授課教師能得到更多學生回饋意見，更瞭解學生所思所想，以期能據以改善教學，促進自身成長。本課程在105學年度所得到之教學意見調查如表1所示。

表1

105學年度數學系教學意見調查

105學年度第2學期數學系教學意見調查				
教學意見問卷調查 問卷題目	請針對教師之特定問題提出意見(同學陳述時,請勿使用情緒字詞),可包括表達方式、講課速度、課程內容組織與系統、授課進度掌握、講義及參考資料、教學媒體使用情形(如教學影片、教學相關模型...等)。			回收份數
科目	(一) 教師上課優點:	(二) 建議教師改進意見:	(三) 其他意見:	
數學遊戲教學設計與實務	1. 要求所有的人都有實際參與。 2. 內容活潑有趣生動、能思考、講解清楚。 3. 了解更多數學與遊戲間的關係。 4. 多元實用。 5. 學習到很多東西。 6. 有遊戲可以玩,可以發現以前沒發現的數學概念。 7. 不會有進度問題,上課課程輕鬆。 8. 親切認真。	1. 報告太多。		19

從表1學生的相關回應，可以看出本課程的教學活動及課程內容都獲得學生的認同，學生也從中得以獲益。對於有學生認為報告太多，主要是在104學年度的授課中，有學生回應希望兩節課有兩個主題，也因此教學者才增加報告的多樣性，希望學生能接觸更多有意義的數學學習網站。

在106學年度的授課意見統計表中，本課程從修課學生對本課程的教學意見，以及對學習的自我省思，和綜合建議，得到4.77的評鑑分數。其中學生對於教學者的上課態度，以及對學生的解惑和溝通討論，關心學生上課的學習反應，適時給予協助與指導等師生互動方面都給予較高的分數。除了量化資料外，每學期校方也會讓學生寫下針對所修課學科之質性意見，由於學生會具體寫下本身之想法，也提供了教學者自我省思、調整課程的契機。106學年度填答的內容如表2所示。

表2

106學年度校方收集之「數學遊戲教學設計與實務」質性意見表

106學年度第2學期質性意見		開課班級	科目名稱
應聘單位	◆該班問卷建議內容:		
	喜歡蘇老師的課 因為就是很有趣很有趣很有趣的啦!!!!		
數學系	謝謝老師這學期讓我們玩好多數學的遊戲真的是在快樂中學習耶 超棒的!!!!!!!!!!!!	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	老師每週都準備的很充足，即使我們上臺報告多少都有一些瑕疵，老師也都會幫我們補充的很完整！！老師辛苦了！	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	老師真的上課都很認真準備有趣的內容，但我覺得請個同學上臺展示的時間有點過多，感覺少學到了些東西	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	老師上課介紹的內容非常有趣，謝謝老師！	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	老師教學非常優質，不失其趣味性！	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	很棒的老師。	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	上課很有趣	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	很棒的課	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	老師棒棒	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	謝謝老師	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	很棒	數學系二	數學遊戲教學設計與實務
數學系	讚	數學系二	數學遊戲教學設計與實務

從表中可以看出，大多數學生都肯定「數學遊戲教學設計與實務」課程內容安排豐富有趣，但還是有一位同學覺得報告太多，以及展示時間過長。從中教學者反思，應在學期初第一次上課就與學生充分溝通，讓修課學生知曉課程所安排每一份報告的用意，並嚴格控制上臺學生報告時間，使學生能夠學習言簡意賅的表達所想要傳達的訊息。從這些匿名填寫的質性回饋中，教學者得以看出學生心目中對本課程的真實看法，也是促使教學者反思再精進的動力，使課程安排能讓學生真有所得。

很榮幸本課程獲得107年度教育部教學實踐研究計畫補助，教學者得以執行「數學遊戲教學素材開發與實踐研究」。由於有了計畫的支持與協助，以及教師社群的協同合作，教學者得以將課程規劃得更為完善，也增加了繪製方程式圖形的互動軟體Surfer的介紹，讓學生能學習操作繪圖，並知道如何利用3D列印，製作出數學創意成品。教學者於期末舉辦學生成果展覽，讓學生與系上同學分享數學遊戲相關設計及實作並回答參觀來賓的提問。增加這些安排，107學年度修課學生對本課程的教學意見平均分數為4.79，教學者於開課學期也獲得校方所頒發之優良課程獎勵，這正是對教學者持續精進課程的一個鼓舞。

伍、教學應用及省思

一、教學應用

培養學生學用合一的能力，是教學者的教學理念之一。教學者因為應邀於106年6月4日舉行之2017臺北科學日演講，該學期教學者正好教授本課程，於是就利用機會帶領學生實地應用所學。這個活動是由臺北市政府教育局主辦，國立臺灣師範大學理學院及臺北市立大學協辦，教學者於數學嘉年華時段演講，並帶領系上修課學生們與現場來賓進行數學遊戲，讓社會大眾體驗數學之美。由於參加活動的小朋友們反應熱烈，修課學生們也充滿熱情地引領，讓教學者更確認數學遊戲可以成為莘莘學子進入數學領域的橋樑，如何更妥適安排課程，培育更多數學教學的精兵，正是教學者日後努力的目標。現場活動概況如圖8所示。



圖8 數學嘉年華現場

從參與活動中，學生也得到了不少的收穫，例如原本認為很簡單的七巧板活動，經過現場實作，小齡有了新的體會：

原本以為這是個很簡單的遊戲，大家應該都可以很快解出來，但真正在做的時候才發現大家會被一些圖案誤導，會直接把最大的放下去，而不會想那邊可能需要用小的來拼成那個圖形。

另一位參與學生小英的回饋也提到：

在我所負責的拈戲中，有很多人都沒有去思考怎麼樣才會贏，就只是一直拿，但是也有人知道怎麼樣是必贏的方法，然後一直在旁邊想玩或是幫助別人贏過對手。基本上大家都被遊戲引起了興趣，而在一旁的家長也會來問遊戲的名字以及必勝的手法。……我覺得這次的活動，引起了他們對於數學的興趣，讓數學不再那麼可怕。

從以上經歷教學者體認到，教學並不僅止於口頭的傳授講述，適時提供學生實作及發表的機會，往往也會有令教師欣喜的教學成效，而寓教於樂的學習，或許更是學生的嚮往。利用課餘時間尋找能提供學生現

場實作，將所學之數學遊戲學以致用的機會，是教學者近年來的體會和自我期許。

二、教學省思與展望

每次的課程實施，對於教學者而言都是一次的行動研究，讓教學者可以從學生的課堂反應及回饋中，反思教學方式並不斷充實課程內容與安排。歷屆課程實施至今，教學者反思仍有不足尚待改進之處，例如針對少數學生認為報告量太大，可以讓學生依照意願自行分組合作完成。在課程的實作上，也可以搭配學習單，讓學生更能清楚掌握課程重點。另外也可再擴大跨領域的連結，例如在七巧板的專題中，除了讓學生利用一張色紙製作出七巧板，拼出教學者展示的圖形，更可以讓他們各自拼出圖案，並合力根據組員拼出的圖案編寫故事上臺發表，將數學和編故事（語文、作文）結合在一起（梁淑坤，2020）。

清楚讓學生瞭解修課所需準備及配合事項，控制學生上臺報告時間，使學生能夠學習言簡意賅地表達所想要傳達的訊息，也是教學者在未來教學時所需注意之處。期末的實作心得報告，主要是讓學生透過設計及教學，體會遊戲對學生的幫助。事實上，適當的遊戲可以幫助學生瞭解運算性質與運算對數的影響（劉曼麗、侯淑芬，2006），透過分組競爭、合作學習等方式，也能提供學童練習和熟練的機會，並增加數感的熟悉度（王筱妮、梁淑坤，2018）。至於遊戲的開發經驗則能提供學生有機會以嶄新的眼光看數學（Li, Vandermeiden, Lemieux, & Nathoo, 2016）。為了讓修課學生能更有效率的實施及反思，教學者思考將於未來課程請學生以教案形式，寫下遊戲設計理念及實施經過；另外也將設計回饋意見表，請受試者就實作活動內容以及整體活動表現發表意見，並請其寫出對於此次實作活動的感受、建議和評語，讓學生有更確實的反思和參考依據。至於在學生玩遊戲之前就能預見其障礙，提供幫助學生需求的教學策略與鷹架，使不同程度的學生都能獲取其中之數學知識（Buchheister, Jackson, & Taylor, 2017），正是教學者日後所要努力的目標。

本論文藉由上述數學遊戲素材的開發與實踐，發現所開發出包含專

題以及實作的數學遊戲教學素材獲得正面之實踐成效，希冀這些實徵資料能充實數學遊戲教學素材之資料庫，提供各階段數學教師社群參考。

誌謝

本文部分內容為107年度教育部教學實踐研究計畫（計畫編號：PMS107032）之執行成果，在此感謝教育部之補助，也謝謝期刊審查委員給予的寶貴意見。

參考文獻

- Gagné, R. M., Wager, W. W., Golas, K. C., & Keller, J. M. 著，王小明、龐維國、陳保華、汪亞利譯（2007）。**教學設計原理**（第5版）。上海市：華東師範大學。
- 王筱妮、梁淑坤（2018）。桌遊融入國小三年級數與計算課程之設計與反思。**臺灣數學教師**，**39**(2)，23-49。doi:10.6610/TJMT.201810_39(2).0002
- 林巧敏（2008）。迎接閱讀新浪潮——閱讀與國家競爭力。**全國新書資訊月刊**，**118**，4-9。
- 林壽福、吳如皓（2009）。**數學魔術**。臺北市：尖端。
- 洪萬生、彭良禎、謝豐瑞、陳宥良、譚克平、趙君培、劉柏宏、葉吉海、蘇惠玉、黃俊瑋（2011）。**摺摺稱奇：初登大雅之堂的摺紙數學**。臺北市：三民。
- 教育部（2008）。**國民中小學九年一貫課程綱要**。臺北市：作者。
- 教育部（2014）。**十二年國民基本教育課程綱要總綱**。取自<https://www.naer.edu.tw/upload/1/16/doc/288/%E5%8D%81%E4%BA%8C%E5%B9%B4%E5%9C%8B%E6%95%99%E8%AA%B2%E7%A8%8B%E7%B6%B1%E8%A6%81%E7%B8%BD%E7%B6%B1.pdf>
- 教育部（2018）。**十二年國民基本教育數學領域課程綱要**。取自<https://www.naer.edu.tw/ezfiles/0/1000/img/114/144789974.pdf>

- 梁淑坤（2020）。數學是人文活動的結果：分享數學遊戲案例的故事。《臺灣數學教師》，41(1)，40-52。doi:10.6610/TJMT.202004_41(1).0003
- 郭生玉（1985）。《教育測驗與評量》。臺北市：精華。
- 郭君逸（2014）。九連環與格雷碼。《數學傳播》，38(3)，13-24。
- 黃士騰（2005）。數學遊戲教學實作分享——登山旅乘。《師友月刊》，458，66-68。doi:10.6437/EM.200508.0066
- 劉曼麗、侯淑芬（2006）。整數數感融入國小四年級數學科教學之研究。《科學教育學刊》，14(2)，121-147。
- 鍾靜（2012）。運用數學步道或數學繪本活化教學。《教師天地》，176，8-15。
- 饒見維（1996）。《國小數學遊戲教學法》。臺北市：五南。
- Branch, R. M. (2009). *Instructional design: The ADDIE approach*. Boston, MA: Springer-Verlag.
- Buchheister, K., Jackson, C., & Taylor, C. E. (2017). Maths games: A universal design approach to mathematical reasoning. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 22(4), 7-12.
- Li, Q., Vandermeiden, E., Lemieux, C., & Nathoo, S. (2016). Secondary students learning mathematics through digital game building: A study of the effects and students' perceptions. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(1), 25-34.
- Lopez-Moreto, G., & Lopez, G. (2007). Computer support for learning mathematics: A learning environment based on recreational learning objects. *Computers & Education*, 48(4), 618-641.
- Mahmoudia, H., Koushfarb, M., Saribagloob, J. A., & Pashavia, G. (2015). The effect of computer games on speed, attention and consistency of learning mathematics among students. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 176, 419-424.
- Stiggins, R. J. (1987). Design and development of performance assessments. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 6(3), 33-42.

附錄一、「數學遊戲教學設計與實務」課程規劃表

週次	課程內容
第1週	<p>「數學遊戲教學設計與實務」之課程目標、上課方式、活動實施注意事項及成績考核、課程網站之相關介紹，並進行小組分組活動。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)全班討論</p> <p>一個良好的遊戲教學須經由老師設計，融入適當的課程裡，這樣的教學才能讓學生獲得有意義的學習。本節課一開始，首先由教師引導全班討論遊戲的目的，引動全班思考遊戲意涵。</p> <p>(2)教師利用PowerPoint授課</p> <p>【遊戲理論導引】</p> <p>簡介19世紀和20世紀初期的古典理論，對精力過剩論、放鬆和休閒理論、練習論、重演論各自做一說明。也對1920年代以後發展出的現代理論：心理分析論、認知理論、覺醒調節論、系統理論做一介紹。讓學生對於遊戲理論有一概略之瞭解，最後並介紹遊戲導入教學時應注意事項，讓學生對於遊戲教學有所認識。為了讓學生對簡報內容更認真傾聽，教學者利用「Kahoot!」即時反饋系統平臺（https://kahoot.com/welcomeback/），讓學生進行競賽，也利用此一機會，向學生介紹這一個相當容易上手的數位平臺。</p> <p>(3)系上教具室介紹，並請學生分組進行「數學教具介紹影片創作」活動。</p>
第2週	<p>大家來玩七巧板【七巧板製作及相關繪本及教案探討】</p> <p>本節課教師引導學生利用色紙製作出七巧板，並利用自製之七巧板，各組挑戰完成教師所出示之圖形。最後並和同學分享七巧板相關之數學繪本及數學輔導團教師所編寫之七巧板教案。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解七巧板緣由</p> <p>(2)分組討論挑戰七巧板</p>

（續下頁）

週次	課程內容
	<p>(3)相關網站介紹</p> <p>「林中生命藝數殿堂」網站 http://163.20.9.7/dyna/menu/index.php?account=math</p> <p>「動手操作學數學-18巧板益智拼圖」網站 https://photos.google.com/share/AF1QipN_CN_qpNB5cMvFD_Uui9SthQ3Xg2JUxFpbaexZXKDtCSolf6PScMxLD8btHS3o9w?key=X3ZyYIVFQ2dLUG1XVF9NLWVJdmtHbEtsZmNrR0hRPentomino</p> <p>https://en.wikipedia.org/wiki/Pentomino</p> <p>(4)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(5)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0</p> <p>(6)全班討論評析</p> <p>七巧板相關數學繪本介紹： 魔數小子－呀！怪物別跟我</p>
第3週	<p>華容道如何通過？【《三國演義》第50回：諸葛亮智算華容，關雲長義釋曹操。本節課將帶領同學挑戰這一歷史難題】</p> <p>在本節課中，教師提供華容道教具讓學生操弄，請同學必須利用剩餘的兩個空格，在不離開方盤的條件下移動各個木塊，讓曹操得以從下方開口處逃脫。各組討論挑戰完成教師所出示之圖形。最後並和同學分享華容道相關之文章及網站。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解華容道緣由</p> <p>(2)分組討論挑戰華容道</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)小組數學魔術表演：聽牌術、巧取牌點、摸牌術。</p> <p>(5)全班討論評析</p>

(續下頁)

週次	課程內容
第4週	<p>魔方陣大探索【中國的九宮算以至西方的魔方陣其中到底有何奧妙？本節課將帶領同學探索古今中外對這一議題的討論】</p> <p>教師專題講述後佈置題目讓各組討論挑戰，最後並和同學分享此一主題之相關文章並探討在職國小教師針對此一主題所製作之教案及融入教學之實作經驗。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解魔方陣主題</p> <p>(2)分組討論挑戰五階魔方陣</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告</p> <p>http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)數學奠基模組探討</p> <p>https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0</p> <p>(5)小組數學魔術表演：洞識牌點、蒙眼分牌術（等量公理）、因數必中法。</p> <p>(6)全班討論評析</p>
第5週	<p>數學遊戲網站巡禮【除了課堂所採用的數學遊戲網站之外，其它還有很多的數學遊戲網站可以和大家分享。本節課將帶領同學一探網路上眾多的數學遊戲網站】</p> <p>教師介紹各遊戲網站後，選擇佈置題目讓各組討論挑戰，最後請大家評析各數學遊戲網站之特色。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師介紹數學遊戲網站</p> <p>(2)分組討論挑戰數學遊戲</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告</p> <p>http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)小組數學魔術表演：不可思議的黑桃A、魔力骰子、如影隨形。</p> <p>(5)全班討論評析</p>
第6週	<p>摺摺稱奇【具體的摺紙實作，也可以成為正規的數學知識活動，摺紙也可以學數學！】</p>

（續下頁）

週次	課程內容
	<p>教師專題講述後佈置題目讓各組討論挑戰，並和同學探討基測上的摺紙試題，並分享此一主題之相關文章，最後並以對稱圖形設計及以剪紙的對稱性加分題作結。</p> <p>課堂活動：</p> <ol style="list-style-type: none">(1)教師講解摺紙專題(2)分組討論挑戰摺紙及剪紙(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/(4)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0(5)小組數學魔術表演：數學魔咒、計算機預言術、神奇占卜術。(6)全班討論評析
第7週	<p>文學中遇見數學【數學填字遊戲專題】</p> <p>課堂活動：</p> <ol style="list-style-type: none">(1)教師介紹數學填字遊戲，全班同學進行數學填字實作(2)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/(3)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0(4)小組數學魔術表演：巧要電話、邀約晚餐（質數性質、餘數定理）、心心相印。(5)全班討論評析
第8週	<p>拈的遊戲探討【有20個小正方形，每人一次只能拿一個或兩個，最先取完者獲勝，有沒有必勝的策略？】</p> <p>拈的遊戲源自於中國，經由被販賣到美洲的勞工們外傳。辛苦工作的勞工們，在工作閒暇之餘，用石頭玩遊戲以排遣寂寞。其中一種是將十二枚石頭分三列排成「三、四、五」的遊戲</p> <p style="text-align: right;">（續下頁）</p>

週次	課程內容
	<p>本節課由教師專題講述後佈置題目讓各組討論挑戰，和同學探討是否有必勝之策略，並分享此一主題之相關文章。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解拈的遊戲</p> <p>(2)分組討論挑戰拈的遊戲</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0</p> <p>(5)小組數學魔術表演：命運交會點、三選一預言術、完美13點。</p> <p>(6)全班討論評析</p>
第9週	<p>繳交期中作業：數學步道設計理念分享</p> <p>【各組介紹所參訪之景點及所設計之數學步道，全班分享心得】。</p>
第10週	<p>古老寺廟的預言【河內塔介紹】</p> <p>教師專題講述後，佈置題目讓各組討論挑戰，並和同學講解此一遞迴關係，探討如何運用數學知識解決預言的困惑，也分享此一主題之相關文章。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解</p> <p>(2)分組討論挑戰</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0</p> <p>(5)小組數學魔術表演：神奇估牌術、數字神蹟、只剩一張牌。</p> <p>(6)全班討論評析</p>

(續下頁)

週次	課程內容
第11週	<p>九連環大挑戰【九連環介紹】</p> <p>教師展示九連環教具，讓學生思考挑戰，並請同學觀察規律，探討其關係，及找出策略，也分享此一主題之相關文章。</p> <p>課堂活動：</p> <ol style="list-style-type: none">(1)教師講解九連環主題(2)分組討論挑戰九連環(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/(4)數學奠基模組探討 https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0(5)全班討論評析
第12週	<p>黃金分割與斐氏數列【探討數學與大自然連結的奧秘】</p> <p>第一次對黃金比例下了清楚的定義是在歐幾里得的《幾何原本》（Elements）這部著作的第六卷中：</p> <p>一直線按中末比（extreme and mean ratio）分割的意思是說，該直線的全長和分割後較長線段之比，等於較長線段和短線段之比。</p> <p>這個比以符號Φ（phi）表示，值近似為1.618，我們稱此值為黃金比率。本節課由教師專題講述後，和同學分享此一主題之相關文章並探討在職高中教師針對此一主題所製作之教案、劇本。</p> <p>課堂活動：</p> <ol style="list-style-type: none">(1)教師講解黃金分割與斐氏數列(2)相關文章介紹 李國偉：〈涂林的向日葵〉，《科學人》，2016年11月號，第28頁。(3)個人數學遊戲教學網站報告 http://nlvm.usu.edu/(4)數學奠基模組探討

（續下頁）

週次	課程內容
	<p>https://www.sdime.ntnu.edu.tw/zh_tw/Resource/page202/page202_0</p> <p>(5)小組數學魔術表演：7-11預言數的秘密、請問芳姓、生日之謎（二進位）。</p> <p>(6)全班討論評析</p>
第13週	<p>數學遊戲論文分享（一）【藉由數學遊戲論文的介紹，讓學生更能明瞭數學遊戲如何設計及現場實作】</p> <p>為了讓學生知曉數學遊戲運用於數學課室，學生們的真實反應，教學者安排了數學遊戲相關論文研討活動。首先教學者依照組數，提供《臺灣數學教師電子期刊》、《科學教育學刊》等刊物所登載之數學遊戲相關論文，讓各組分別進行研讀。在論文研讀之後，小組首先進行商討，接著各小組向全班同學簡介該篇數學遊戲論文，並針對文中實施理念及學生回饋，提出評論。</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解各組報告論文主題</p> <p>(2)分組討論論文內容並對全班報告</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告</p> <p>http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)小組數學魔術表演：前世因緣（9的倍數判別法）、真情告白（Pattern）、傾聽心聲（二分逼近法）。</p> <p>(5)全班討論評析</p>
第14週	<p>數學遊戲論文分享（二）【藉由數學遊戲論文的介紹，讓學生更能明瞭數學遊戲如何設計及現場實作】</p> <p>課堂活動：</p> <p>(1)教師講解各組報告論文主題</p> <p>(2)分組討論論文內容並對全班報告</p> <p>(3)個人數學遊戲教學網站報告</p> <p>http://nlvm.usu.edu/</p> <p>(4)全班討論評析</p>

（續下頁）

週次	課程內容
第15週	<p>鑲嵌專題【艾雪（M.C.Escher1898~1972）畫作介紹。荷蘭平面藝術大師艾雪的藝術作品被視為二十世紀藝壇上的奇葩。艾雪為人所樂道的創作是其運用數學、特殊錯覺、不可能建築體和重複人物，所打造出兼具遊戲形式和科學感的作品，這些作品衝擊著觀者的視覺感官，並挑戰著世人固有的邏輯思維。】</p> <p>課堂活動：</p> <ol style="list-style-type: none">(1)教師鑲嵌專題講述(2)「非想非非想」網站介紹 http://pisa.math.ntnu.edu.tw/popular-science/2013-09-30-05-53-19/2013-12-27-07-11-30(3)學生動手實作設計(4)全班分享
第16週	我是數學說書人【學生進行數學遊戲相關科普書籍介紹及分享
第17週	心得】 課堂活動： <ol style="list-style-type: none">(1)個人報告所要推介的相關讀物(2)全班討論票選最佳說書人(3)教師總結
第18週	期末報告：數學遊戲實作分享【學生報告數學遊戲實作心得，全班共同討論】 個人以課程中所分享的數學遊戲為藍本，設計出符合當時的九年一貫或十二年國教數學學習領域之數學遊戲，並尋找適合之對象實作，記錄下實作過程及對象之反應，進行個人反思撰寫心得，於期末與全班同學分享。

附錄二、學生自我學習紀錄表舉隅

數學遊戲教學設計與實務 學生自我學習紀錄表

系級： 學號： 姓名： 編號：

日期	老師是否針對您的發言給予回饋 (若無發言請不必勾選)	請您自我評估這堂課的參與程度 (1-10分)	整體而言，您對本次課程自我表現滿意度(1-10分)	簽名
	印象最深刻的內容		對於本次課程的綜合建議及心得	
2/22				
2/23				
3/8				
3/15				
3/22				
3/29				
4/5	清明節放假			
4/12				

附錄三、課程實施學生學習意見表

壹、基本資料

課程名稱：「數學遊戲教學設計與實務」

學生年級：

學生性別：

貳、題目內容

非常適合 ← → 非常不適合

5 4 3 2 1

- 1.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能幫助我提升數學溝通的能力
- 2.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能幫助我瞭解數學遊戲相關資源
- 3.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能幫助我提升解決問題的能力
- 4.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能幫助我提升思考與分析的能力
- 5.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能幫助我提升主動探究的能力
- 6.我覺得「數學遊戲教學設計與實務」課程能提高我學習數學的興趣

參、對於「數學遊戲教學設計與實務」的內容與教學，我的感想與建議：

肆、經過修習本課程，我對遊戲融入數學教學的看法：

Development and Use of Mathematics Game Teaching Materials

Yi-Wen Su*

Abstract

“Teaching Design and Practice of Mathematics Games” is a major elective course offered to sophomores every academic year. With an array of digital technology and media, we can now have more effective mathematical games as tools. Thus, this course aims at arousing students’ curiosity and helps them delve deeper into mathematics and become more familiar with it. Using lectures, digital learning, magic performances, and practical designs, this course consists of 11 activities and topics. Through practices such as, teaching math as a youtuber or designing math trails, students could learn to produce e-learning materials and make a report for their projects. Students were then required to modify the design of the math games and practice them in groups, following which, they were asked to write reflections, make posters and present them to the class. The weekly study record writing can be used to track students’ immediate response to the course content. It was noted that students also gave positive feedback regarding the course. Thus a similar curriculum design can prove helpful and be made available to all individuals in teaching communities.

Keywords: math trail, math games, magic math



DOI : 10.6870/JTPRHE.202106_5(1).0004

Received: November 28, 2019; Modified: April 20, 2021; Accepted: April 23, 2021

* Yi-Wen Su, Professor, Department of Mathematics, University of Taipei, E-mail: yiwen@uTaipei.edu.tw